

**DIE BELANGRIKHEID VAN VOORKENNIS IN DIE KONSTRUERING VAN BEGRIP  
BY DIE LEER VAN MEETKUNDE IN DIE MIDDELBARE SKOOL**

deur

**James Richard Cairncross**

Mini-tesis

voorgelê ter gedeeltelike vervulling

van die vereistes vir die graad

**Magister Educationis**

in

**Kognisie en Onderrig in Vakspesifieke Areas**

**(Gold Fields Bronnesentrum)**

aan die

**Universiteit van Wes-Kaapland**

**PROMOTOR:** Professor A.J.L. Sinclair

**MEDE-PROMOTOR:** Professor C. Julie

**November 1994**

## Dankbetuiging

Graag wil ek my opregte dank en besondere waardering hiermee betuig aan:

- \* Hom van wie die krag, geleenthede, sterkte en gawes kom.
  
- \* Professor A.J.L. Sinclair, my studieleier, vir vriendelikheid, verhelderende bydraes, konstruktiewe kontrole en leiding, en bowenal sy geduld en begrip.
  
- \* Professor C. Julie, (mede-promotor), vir deeglike kontrolering en aanbevelings.
  
- \* My familie en vriende vir ondersteuning.



UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

J.R. Cairncross

November 1994

## ABSTRAK

Hierdie studie poog daarna om aan te toon hoe belangrik dit is om die voorkennis waarmee leerlinge in hul ervaringswêreld gekonfronteer word te peil, alvorens enige formele onderrig in die klasopset geskied. Daar word veral gekyk na leerlinge se persepsies van abstrakte en tegniese begrippe soos basis, toppunt, hoogte en hoogtelyn uit hul werklikheidswêreld en watter aaneengeskakeldheid, indien enige, daar met die vakspesifieke kennis bestaan.

By die nasien van eksterne vraestelle (matriek-meetskunde, tweede vraestel) waarby die skrywer die afgelope vyf jaar betrokke is, en ook in die junior sekondêre fase, kom dit na vore dat leerlinge nie bogenoemde begrippe ten volle bemeester nie.

'n Aantal begrippe waarmee leerlinge probleme ondervind, word in hierdie studie geïdentifiseer by wyse van die dissekering van enkele meetkundestellings ten einde die begrippe te ontbloot.

Die verhandeling steun sterk op die teorieë van Feuerstein en Perkins. Feuerstein beskou die opvoeder of bemiddelaar se rol as deurslaggewend en kritiek belangrik vir die ontwikkeling van hoër vlakke van kognitiewe funksionering. Perkins wys daarop dat om iets te begryp, beteken om die doel, struktuur, representasie en argumente van 'n saak te begryp. Die voer van argumente het dan ook 'n sentrale plek in die meetkunde wanneer leerlinge van

stelwyses (meetkundestellings) gebruik moet maak ter staving van hul antwoorde.

Deur die gebruikmaking van gestruktureerde onderhoude probeer die navorser die persepsies van leerlinge peil, om sodoende die gebrekkige kognitiewe disfunksies, wat 'n resultaat is van 'n tekort aan bemiddelde leerervaring, vas te stel. Hierdie disfunksies word dan geremedieer by wyse van 'n heuristiek vir begripsvorming.

Die verhandeling probeer ook aantoon dat leerlinge nie passiewe ontvangers van kennis is nie, maar dat hulle die inkomende informasie herstruktureer en herinterpreteer om by hul bestaande konseptuele raamwerke aan te pas.

Die uitkoms van die studie wys oortuigend dat die konseptualisering van wiskundige begrippe aangehelp word deur 'n heuristiese bemiddeling wat gekoppel word aan die leerder se ervaringswêreld.

Die studie vra dus vir ernstige bepeinsing oor die huidige manier waarop wiskunde onderrig word, en die gevolglike beperkende impak wat dit op die leerproses het.

**HOOFSTUK 1:**

1.1 DIE PROBLEEM.....11

1.2 PROGRAM VAN ONDERSOEK.....12

1.3 MOTIVERING VIR DIE STUDIE-AREA.....12

1.4 OORSIG VAN DIE STUDIE.....13

**HOOFSTUK 2:**

2.1 DIE ONDERRIG VAN DENKE EN INTELLIGENSIE

    2.1.1 Sternberg se konseptualisering van die aard  
        van intelligensie.....14

    2.1.2 Reflektiewe intelligensie.....15

    2.1.3 Kognitiewe prosesse.....17

2.2 DEFINIËRING VAN ENKELE BEGRIPPE.....18

    2.2.1 Formele en informele kennis.....19

    2.2.2 Konseptuele en proseduriële kennis.....19

    2.2.3 Konkrete en voorstellende kennis.....19

2.3 KENNISSTRUKTURE: SAMESTELLING EN FUNKSIES.....20

2.4 GEVOLGTREKKING.....22

### **HOOFSTUK 3:**

#### **3.1 'N OMSKRYWING VAN DIE BEGRIPPE VIR BEGRIPSVORMING IN MEETKUNDE EN RELEVANTE NAVORSINGSTUDIES**

- 3.1.1 Die intuïtiewe aspek van wiskunde.....23
- 3.1.2 Probleemoplossing in meetkunde.....24
- 3.1.3 Begripsvorming in wiskunde.....27
- 3.1.4 Komponente van die kategorie betekenisgewing.....32

#### **3.2 KONSTRUKTIVISTIESE PERSPEKTIEF VAN LEER**

- 3.2.1 Herstrukturering van meetkunde-inhoud.....33
- 3.2.2 Verbale herstrukturering van meetkunde-inhoud.....34
- 3.2.3 Alternatiewe opvattinge in meetkunde wat by leerlinge bestaan.....39

#### **3.3 KONSEPVORMING IN MEETKUNDE.....42**

- 3.3.1 Verskillende strukture wat in wiskunde bestaan....44

### **HOOFSTUK 4:**

#### **4.1 PROBLEEMIDENTIFISERING IN DIE KLASOPSET**

- 4.1.1 Die gebruik van teksspesifieke taal in die klasopset.....48
- 4.1.2 Vakspesifieke taal en terminologie binne die meetkundekonteks.....49

4.2	ANALISE VAN 'N VOORGESKREWE TEKSBOEK (DEKKER EN VISSER, 1991)	
4.2.1	Verduidelikings in teksboeke in die algemeen.....	51
4.2.2	Tekortkominge in die wiskundeteksboek van Dekker en Visser (1991) vir standerd 7.....	52
4.2.3	Kriteria wat gebruik word om teksboeke te evalueer.....	53
4.2.4	Tegniese terme aangehaal uit Dekker en Visser (1991).....	54
4.2.5	Standaardvorme van meetkundefigure.....	55
4.2.6	Nadele van die handboek vir onderwysdoeleindes....	56
4.2.7	Die handboek by verskeie aktiwiteite in die wiskundeklas.....	56
4.3	WOORDEBOEK BETEKENISSE VIR SEKERE WISKUNDIGE BEGRIPPE.....	59
4.4	KONTEKSTUELE BENOEMINGE VAN MEETKUNDEFIGURE.....	61
4.5	VISUALISERING VAN MEETKUNDE MATERIAAL.....	62
4.6	ABSTRAKTE BEGRIPPE IN KONKRETE PROBLEME.....	64
<b><u>HOOFSTUK 5:</u></b>		
5.1	'N AANLOOP TOT 'N HEURISTIEK VIR BEGRIPSVORMING	
5.1.1	Oorbrugging van die gaping tussen konkreet en abstrak.....	67
5.1.2	Die "kennis as ontwerp (KAO)" paradigma van Perkins.....	69

5.1.3 Kennis as informasie vs. kennis as 'n ontwerp.....	69
5.1.4 Ander relevante navorsing en sieninge oor die oorgang van die konkrete na die abstrakte.....	72

**HOOFSTUK 6:**

**6.1 'N HEURISTIEK TEN OPSIGTE VAN BEGRIPSVORMING IN MEETKUNDE**

6.1.1 Oorsprong van die begrippe wat in die onderhoude gebruik is.....	77
6.1.2 Die onderwyser.....	77
6.1.3 Die leerlinge.....	77
6.1.4 Uitvoer van die onderhoude.....	78
6.1.5 Vraelys t.o.v. meetkunde-begrippe.....	79

**6.2 DIE ONDERRIG VAN DIE GEÏDENTIFISEERDE MEETKUNDE-BEGRIPPE  
(DIE BEMIDDELINGSPROSES)**

6.2.1 Inleiding.....	81
6.2.2 Werkstuk A.....	83
6.2.3 Werkstuk B.....	85
6.2.4 Die begrip basis.....	87
6.2.5 Toppunt en tophoek.....	90
6.2.6 Hoogtelyn en hoogte.....	91
6.2.7 Die ontwerpvrage.....	92
6.2.8 Die gebruik van 'n voorbeeld.....	93
6.2.9 Ruimtelike oriëntering.....	94



6.3 AKTIWITEITE OOR HOEKE EN SYE.....	98
6.4 WERKSTUK C.....	102
6.5 WERKSTUK D.....	103
ONDERHOUD 1.....	105
ANALISERING VAN ONDERHOUD 1.....	114
ONDERHOUD 2.....	118
ANALISERING VAN ONDERHOUD 2.....	126
ONDERHOUD 3.....	130
ANALISERING VAN ONDERHOUD 3.....	142
ONDERHOUD 4.....	148
ANALISERING VAN ONDERHOUD 4.....	156

**HOOFSTUK 7:**

7.1 NA-TOETS

7.1.1 Inleiding.....	162
7.1.2 Die gestruktureerde vraag.....	163
ONDERHOUD 1.....	164
ANALISERING VAN ONDERHOUD 1.....	167
ONDERHOUD 2.....	170
ANALISERING VAN ONDERHOUD 2.....	173
ONDERHOUD 3.....	175
ANALISERING VAN ONDERHOUD 3.....	178

ONDERHOUD 4.....	181
ANALISERING VAN ONDERHOUD 4.....	184

**HOOFSTUK 8:**

**8.1 SAMEVATTING EN RIGLYNE VIR DIE TOEKOMS**

8.1.1 Samevatting van die huidige studie.....	186
8.1.2 Belangrike bevindings.....	187
8.1.3 Riglyne vir die toekoms.....	188
BYLAAG A.....	189
BYLAAG B.....	190
BIBLIOGRAFIE.....	191



## HOOFSTUK 1

### 1.1 DIE PROBLEEM

As antwoord op die vraag waarom so baie leerlinge probleme met meetkunde ondervind, sou 'n mens die volgende as moontlike antwoorde kon gee:

- \* Stelwyses word bloot aan leerlinge gegee om geleer te word.
- \* Bewyse van stelwyses word gegee by wyse van 'n "standaard-  
posisie" deur die handboek en/of die onderwyser.
- \* Min stelwyses word deur selfontdekking deur leerlinge bewys.
- \* Stelwyses in handboeke wat deur vakkundiges geformuleer is,  
word oorgeneem deur onderwysers sonder enige inmenging wat  
betref bewoording en die leerling se voorkennis.
- \* Voorgeskrewe tekste word nie gemodifiseer om leer toegankliker  
te maak nie.
- \* Dekodering van stelwyses, veral op die vlak van begrippe en  
terminologie, vind nie plaas alvorens dit aan leerlinge  
bekendgestel word nie.

## 1.2 PROGRAM VAN ONDERSOEK

Hierdie studie is spesifiek daarop gerig om die volgende vas te stel:

1. Die rol wat voorkennis speel in die konstruering van begrip.
2. In hoe 'n mate vakspesifieke kennis aansluit/nie aansluit by bestaande kennis (nie), dus vakspesifieke betekenis vs. algemeen geldende betekenis.
3. Die ontwikkeling van 'n heuristiek ten opsigte van begripsvorming in meetkunde.

## 1.3 MOTIVERING VIR DIE STUDIE-AREA

Die onderwyser het min tyd in die klaskamer vanweë die omvang van die sillabus om leerlinge se persepsies van begrippe soos basis, toppunt, hoogte, hoogtelyn ens. te peil. Dit lyk, vanuit 'n onderrigpunt, daarom betekenisvol om ondersoek in te stel na leerlinge se persepsies van begrippe soos hierbo genoem deur gestruktureerde onderhoude met hulle te voer. Met hierdie informasie sal ons dan in 'n beter posisie wees om relevante onderrigstrategieë te ontplooi eerder as om die heersende rigiede teksboekgebaseerde onderrigstrategie te volg. Die sukses van wiskunde-onderrig hang nie net af van die wiskunde-onderwyser en die teksboek nie, maar het ook te make met die bestaande kennis en ervaring wat leerlinge saambring na die klaskamer. Dit lyk dus logies dat ons sal begin by die kind en sy ervaringswêreld.

Indien ons nie hierdie voorkennis en ervaring van leerlinge identifiseer nie, en ons onderrig dienooreenkomstig herstruktureer nie, sal ons onderrig steeds nie 'n integrerende deel van die leerder se ervaringswêreld word nie.

#### **1.4 OORSIG VAN DIE STUDIE**

Hoofstuk twee skenk aandag aan die onderrig van denke en intelligensie.

In hoofstuk drie word 'n oorsig gegee van die relevante navorsingsliteratuur. Hierdie oorsig vorm dan die basis van die beskrywing en werkdefinisie van begripsvorming.

In hoofstuk vier word die probleme geïdentifiseer in die klasopset, die handboek en die woordeboek.

Hoofstuk vyf word gewy aan 'n oorsig van die aanloop tot 'n heuristiek vir begripsvorming en die oorgang van die konkrete na die abstrakte.

Hoofstuk ses word gewy aan die onderhoude, en die implementering van die program.

Hoofstuk sewe word gewy aan die na-toets.

Hoofstuk ag gee 'n samevatting van en riglyne vir die toekoms.

## HOOFSTUK 2

### 2.1 DIE ONDERRIG VAN DENKE EN INTELLIGENSIE

#### 2.1.1 Sternberg se konseptualisering van die aard van intelligensie

Komponente waardeur intelligensie geanaliseer kan word is volgens Sternberg (1986) die volgende:

1. Metakomponente: Beheer oor en kontrolering van die beplanning en besluitneming in probleemoplossing.
2. Voorstellingskomponente: Prosesse ter sprake by planne en besluitneming ten opsigte van die metakomponente in die uitvoering van die taak.
3. Verwerwingskomponente: Die leer van nuwe informasie.
4. Retensiekomponente: Retensie en die oproep van informasie.
5. Oordragkomponente: Die oordra van verworwe informasie van een konteks na 'n ander.

Volgens hierdie analise word suksesvolle denke bepaal deur die doeltreffendheid van die volgende drie handeling:

- (a) Verkryging van kennis (Invoer).
- (b) Strategieë vir die gebruik van kennis en probleemoplossing (Uitvoer).
- (c) Metakognisie en besluitneming (Uitvoerende beheer).

Die drie kategorieë waarvolgens intelligensie volgens Perkins (1989) dan geklassifiseer kan word, is die volgende:

1. Neurale intelligensie,
2. Ervaringsintelligensie, en
3. Reflektiewe intelligensie ("mindware").

### 2.1.2 Reflektiewe intelligensie

Perkins (1989: 9) gee die volgende siening oor reflektiewe denke:

" Good reflective thinking involves cognitive and affective reorganization at multiple levels."

Daar bestaan dus 'n behoefte aan 'n beter georganiseerde denkstruktuur omdat menslike denke volgens Perkins daarna neig om te vinnig, eng, vaag en wyd uiteenlopend te wees. Mense bereik 'n gevolgtrekking sonder goed deurdagte denke.

Perkins onderskei dan ook drie vlakke ten opsigte van die organisasie van denke, naamlik:

1. mikrovlak
2. makrovlak
3. metavlak

**Die mikrovlak** - [bv. die "Cognitive Research Trust (CoRT)" program van Edward de Bono] - eenvoudige tipe denke wat volgens Perkins tot sekere basiese handeling beperk is, bv.

"brainstorming", of die maak van 'n lys van voor- en nadele. Hy beskryf hierdie handeling as die "bricks of thinking", die elemente waaruit meer komplekse patrone van denke ontwikkel.

**Die makrovlak** - Hier assosieer hy dit met 'n gebou.

Hierdie vlak sluit in goeie besluitneming, die soeke na opsies, asook die selektering van 'n opsie wat moontlik die beste sal werk, die toepassing van innovatiewe denke en die uitvoer van komplekse handeling.

**Die metavlak** – Dit kan as die argitek van 'n huis gesien word, die hoogste vlak van denke. Hierdie vlak is gemoeid met meta-kognisie of wat gekenmerk word as "thinking about thinking". Individue op hierdie vlak besin oor wat hulle doen, monitor hul denke, beplan vooruit, en reflekteer dan agterna. 'n Voorbeeld is die "Instrumental Enrichment (IE)" benadering van Reuven Feuerstein (1980). Dit lê veral klem op metakognisie, self-monitering en rigtinggewing. Die doel van hierdie program is nie om die tradisionele vakke te vervang nie, maar dien as 'n aanvulling waarmee konneksies gemaak kan word met aanverwante vakke. Dit wil leerlinge help om aktiewe, selfgemotiveerde en onafhanklike denkers te word in alles wat hulle doen. Sommige van Feuerstein se instrumente sluit die volgende in:

- (a) Organisering van kolletjies – Die doel met hierdie aktiwiteit is om die leerder te leer om sistematies te soek, hipoteses te formuleer, aktief waar te neem, 'n eie orde en informasie te skep, en om nie vaag en impulsief op te tree nie.
- (b) Ruimtelike oriëntering – 'n Aantal instrumente is daar gestel vir die leerder om verwantskappe tussen voorwerpe te kan identifiseer. Aan die leerder word dan ook 'n woordeskat voorsien vir ruimtelike oriëntering soos rigting (bv. skuins), posisie (bv. aangrensend) en afstand (bv. breedte).



(c) Analitiese waarneming – Die leerder leer om 'n geheel in sy dele of parte op te breek, dat 'n nuwe geheel gevorm kan word deur die dele weer te kombineer en om modelle te internaliseer en te visualiseer.

'n Daadwerklike poging moet dus aangewend word om die leerder se sieninge van homself/haarself te verander, nl. vanaf passiewe ontvanger van informasie, na 'n aktiewe skepper van informasie.

### 2.1.3 Kognitiewe prosesse

Omskrywing van 'n sleutelbegrip: Bemiddelde leerervaring (BLE)  
Dit vind plaas wanneer 'n bemiddelaar, gewoonlik 'n ouer, voog of onderwyser, homself/haarself tussen die leerder en die omgewing stel om sodoende die wêreld aan die kind te interpreteer.

Hickson en Skuy (1990: 297) beweer:

" Through a range of 'mediating' behaviours such as selecting, framing, focussing and feeding back environmental experiences, the adult produces in the child appropriate sets and learning habits necessary for the building of cognitive structures."

Die bemiddelaar fokus dan die kind se aandag op relevante dimensies in die omgewing, voorsien metakognitiewe strategieë en vaardighede om probleme op te los, en monitor aktiwiteite in die algemeen. Individue in hierdie bemiddelingsrol voorsien dus 'n direkte skakeling tussen die stimulus en die kind se respons

deur hulpmiddele daar te stel vir probleemoplossing, wat die kind dan uiteindelik internaliseer.

Feuerstein (1980) glo dat kinders leer deur direkte blootstelling en ondervinding by wyse van bemiddeling. Hierdie bemiddelde leerervaring is daarom kritiek belangrik vir die ontwikkeling van hoër vlakke van kognitiewe funksionering.

Voordat Feuerstein enige remediërende onderrig toepas, stel hy eers vas of die kind sal baat vind by sy mediëringsprogram en watter kognitiewe disfunksies daar by die individu bestaan. Hy is geïnteresseerd in hoe veranderbaar 'n individu is. Hy gebruik daarom 'n dinamiese ramingsprosedure waarmee hy bepaal of 'n individu sal baat by sy onderrig, die hoeveelheid en soort onderrig wat nodig is, en hoe goed die individu die nuwe vaardighede in verskillende situasies sal kan toepas.

## **2.2 DEFINIËRING VAN ENKELE BEGRIPPE**

Uit die literatuur tref 'n mens 'n wye verskeidenheid sieninge en definisies aan oor voorkennis. Vir die doel van hierdie studie glo die skrywer dat die volgende beskrywinge voorkennis die raakste tipeer.

Voorkennis: Dit is dié kennis wat verband hou met die reële wêreldsituasie wat leerlinge konstrueer en die klaskamer inbring. Hierdie tipe kennis word dan beskryf as: "children's informal mathematics" (Ginsburg, 1982), en "intuitive knowledge" (Leinhardt, 1988).

Volgens Mack (1990: 17) sien hy informele kennis soos volg:

" Whatever name is used, this type of knowledge can be characterized generally as applied, real-life circumstantial knowledge constructed by the individual student that may be either correct or incorrect and can be drawn upon by the student in response to problems posed in the context of real-life situations familiar to him or her."

Prawat (1989: 1) onderskei tussen verskeie soorte kennis:

### 2.2.1 Formele en informele kennis

Formele kennis is die verkryging van kennis in die klaskamer (gewoonlik dié van die onderwyser).

Informele of intuïtiewe kennis is om betekenis te verkry uit daaglikse ondervindinge.

### 2.2.2 Konseptuele en proseduriële kennis

Konseptuele kennis is "knowledge that something is the case".

Proseduriële kennis is meganies van aard, die uitvoer van sekere aksies.

### 2.2.3 Konkrete en voorstellende kennis

Konkrete materiaal kan betekenis verleen aan abstrakte konsepte deur sekere eienskappe van 'n konsep te beklemtoon. Deur metafore en analogieë kan dit die leerder in staat stel om kennis oor te dra van een domein na 'n ander.

Voorstellings gee 'n beliggaming of interpretasie van 'n idee.  
Dit kan verbaal, prentagtig, diagrammaties of fisies wees.

### 2.3 KENNISSTRUKTURE: SAMESTELLING EN FUNKSIES

Glaser (1984: 100) verwys na "knowledge structures" as:

"...collections of concepts which represent units of thought. These units of thought also have specific structures which can vary in complexity. A knowledge structure can thus be viewed as comprising of all the information a student has available in a specific knowledge domain."

Hy gebruik die terme "pedagogical theories" of "schemas" om hierdie strukture te beskryf:

" A pedagogical theory consists of representations of events an individual has experienced which includes facts, observations, interrelationships between facts, and problem-solving techniques. These pedagogical theories are flexible and can accommodate new information which expands or alters the original theory."

Dit is duidelik dat 'n pedagogiese teorie 'n basis daarstel vir inkomende informasie om daaraan gekoppel te word en dit gee ook metodes vir probleemoplossing of kennisoordraging na nuwe situasies.

Hierdie kennisstrukture is persoonlike voorstellings van vorige leerervaringe wat gebruik word as filtreerders om sin te maak uit die nuwe informasie, en skyn daarom betekenisvol te wees vir die beplanning van onderrig.

Glaser noem dat vir die leer van nuwe materiaal om effektief plaas te vind, die leerder se huidige kennisstand in ag geneem en erken moet word. " Effective learning is likely to take place if a link can be established between the individual's existing knowledge structures and the ones the lecturer wishes to teach. Such links will allow the student to reshape his own structures by testing, evaluating and adapting."

Leerlinge beskou onderrig as suksesvol, volgens Osborne en Freyberg (1985: 51), indien dit aan die volgende relevansie voldoen:

1. Relevansie met betrekking tot die daaglikse lewe, buite die klaskamer.
2. Relevansie met betrekking tot bestaande vorige idees wat reeds gestoor is in die denke.
3. Relevansie met betrekking tot persone wat baie spesiaal is, bv. die ouers.

## 2.4 GEVOLGTREKKING

Waar intelligensie gesien word as nie slegs die refleksie van blote IK nie, kom ons tot die besef dat die rol van reflektiewe intelligensie of "mindware" in 'n veel groter mate erken behoort te word, sowel as die sosiale, fisiese en simboliese faktore buite-om die individu.

Intelligensie is dus 'n dinamiese proses en nie staties nie, en daarom ook deels aanleerbaar deur die onderrig van metakognitiewe vaardighede soos onder andere werkbepanning, selfmonitering en reflektiewe denke, met inagneming van die leerling se voorkennis van die abstrakte begrippe waarmee hy gewoonlik in die klaskamer gekonfronteer word.



## HOOFSTUK 3

### 3.1 'N OMSKRYWING VAN DIE BEGRIPPE VIR BEGRIPSVORMING IN MEETKUNDE EN RELEVANTE NAVORSING

#### 3.1.1 Die intuïtiewe aspek van wiskunde

Hierdie aspek van wiskunde is moeilik om in woorde te beskryf. As filosofe van "intuïsie" praat, bedoel hulle gewoonlik 'n insig wat as onmiddellik gegee en aanvaar word, en waarvan die waarheid nie verdere verduideliking nodig het nie. Intuïtiewe insigte ontstaan nie uit die niet nie, maar ontstaan blykbaar uit herinterpretasies van 'n probleem in die lig van kennis wat reeds geabsorbeer en verwerk is. Om intuïtiewe insig by leerlinge te bevorder, lyk dit dus noodsaaklik om hul agtergrondkennis te verbreed (ook in aanverwante rigtings).

Bruner (1977) sê die volgende oor intuïsie:

" Intuition implies the act of grasping the meaning or significance or structure of a problem without explicit reliance on the analytic apparatus of one's craft. It is the intuitive mode that yields hypotheses quickly, that produces interesting combinations of ideas before their worth is known. It preceeds proof."

Die kenmerk van hierdie kennis waarop wiskundige kennis weliswaar voortbou, is dat dit opvattinge van dinge in ons leefwêreld in hulle totaliteit of geheel is. Dit is dus 'n ervaring wat ons in die alledaagse lewe van die konkrete werklikheid het.

Vir die kind kan beelde van die werklikheid deur middel van alledaagse ervarings dus as intuïtief beskou word, want dit het 'n gebrek aan teoretiese insig.

Lesh (1976: 72) kom tot die slotsom: " Concepts can be presented in an intuitive fashion before they are taught in a formalized manner, and the students can be encouraged to clarify and gradually refine their concepts by using them first in concrete situations and then in progressively more abstract settings."

Dit gaan dus in die wiskunde en die meetkunde in die besonder om die beginsel van ervaar alvorens blootstelling aan die abstrakte. Dus, eers "deel van jouself" maak alvorens simbolisering en kennisoordraging plaasvind.

### **3.1.2 Probleemoplossing in meetkunde**

Gagné (1966: 132) onderskei tussen eksterne en interne faktore wat 'n rol speel by probleemoplossing. Sy eksterne faktore sluit in stimuli van buite, verbale aanwysings (directions) en instruksies (verbaal of nie-verbaal). Sy interne faktore beskryf hy as die oproep van (vorige) reëls en konsepte (onthou en weergee), die onderskei tussen relevante en irrelevante data, die maak van hipoteses, en die toets van oplossings. Hy stel dan ook die eienskappe van sy model soos volg voor:



1. "Sequential action": Opvolgende aksies hang af van voorafgaande aksies.
2. "Threshold phenomena": Sekere fases moet eers 'n sekere "punt" bereik alvorens 'n volgende fase kan begin.
3. "Non-graded response": 'n Sekere aksie kan òf gebeur, òf nie gebeur nie.
4. "Multiple connections": Die veelvuldige konneksiemoontlikhede wat tussen fases bestaan.

Gagné (1977: 168) sien die verband tussen bestaande en nuwe kennis soos volg:

"..acquisition of new knowledge depends upon the recall of old knowledge...it means that the learning of any particular capability requires the retention of other particular items of subordinate knowledge...the learner acquires a new item of knowledge largely because he is able to integrate previously acquired principles into new principles."

So gesien kan probleemoplossingsvermoë beskou word as die resultaat van dit wat vroeër geleer is. As 'n leerling gevra word om die omtrek van 'n reghoek te bepaal, moet hy tog reeds weet wat met omtrek bedoel word. Hy moet dus die betekenis van die betrokke terminologie ken. Die oproep van voorkennis behoort die eerste stap in die probleemoplossingsproses te wees.

Polya (1965: 66) noem die volgende aspekte waarmee die probleemoplosser te doen kry indien hy 'n probleem wil oplos:

1. Mobilisering en organisering: Die bymekaarmaak van relevante items uit die geheue, en hul organisering en koppeling aan die probleem. (die koppeling van sekere stellings by die oplos van 'n meetkundeprobleem).
2. Herkenning en onthou: Herkenning mag lei tot die onthou van iets wat betekenisvol is. Voorkennis maak streng aanspraak op die herkenning van informasie wat voorheen geleer is. Sekere informasie word opgeroep in die bewussyn wat vir 'n lang tyd "afwesig" was. (Herkenning van 'n gelykbenige driehoek in 'n vierkant).
3. Herrangskikking (hergroepering) en toevoeging: By hergroepering word die struktuur van die probleem verander, en informasie toegevoeg om die probleem toegankliker te maak, te belig, en moontlike gapings te vul (die trek van 'n loodlyn in 'n driehoek).
4. Isolering en kombinering: Isolering is wanneer daar op dele in 'n geheel gefokus word, en hul beklemtoon en onderskei word van die geheel. Kombinering is die herrangskikking van die dele in 'n min of meer betekenisvolle geheel.

### 3.1.3 Begripsvorming in wiskunde

Die meetkunde-onderwyser maak gebruik van simbole soos woorde (of enige notasiesisteem) om verwantskappe aan te dui; om losstaande stukkies en brokkies feite aan mekaar te skakel sodat hul 'n aaneenlopende of verbandhoudende geheel vorm; om verhoudinge funksioneel te omskryf, en om insig by die luisteraar te bewerkstellig.

Avenant (1988: 40) noem die volgende faktore wat die begrip van die luisteraar beïnvloed:

1. Die reeds bestaande begripstruktuur.
2. Die wyse waarop stellings gemaak word.
3. Die betekenis van die woorddele of plek van 'n woord in 'n sin.
4. Die ruimtelike oriëntasie van die hoorder.
5. Die vakwoordeskat van die hoorder.
6. Die geestesgesteldheid van die hoorder.

Ten einde misverstande en wanbegrippe verbonde aan taalgebruik uit te skakel, suggereer Avenant (1980: 41) dat die onderwyser:

- (a) sy leerlinge se vakwoordeskat doelbewus uitbou;
- (b) seker maak dat sy taal aansluiting vind by hulle voorstellingswêreld; en
- (c) abstrakte begrippe konkreet voorstel.

Skemp (1979: 45) onderskei tussen drie vorme van begryp: Die eerste vorm van begryp noem hy "instrumentele begryp". Hierdie vorm van begryp kom voor wanneer die individu 'n reël toepas sonder om te weet wanneer die reël werk. Die verbande tussen die simbole word dus nie begryp nie. 'n Tweede vorm van begryp noem Skemp "relasionele begryp". Nuwe begrippe en reeds bestaande begrippe word met mekaar in verband gebring ("aangrensend" in meetkunde is sinoniem aan die reeds bekende begrip "langsaan"). 'n Derde vorm van begryp noem Skemp "logiese begryp". Hierdie vorm van begryp tree na vore as die individu iets in 'n logiese volgorde moet uiteensit, sodanig dat die daaropvolgende aksies logies op die voorafgaande aksies volg.

'n Algemene probleem waarmee leerlinge in meetkunde-onderrig gekonfronteer word, is die verwarring wat ontstaan by die gebruik van algemene woorde waaraan nuwe betekenisnuanses in die meetkundekonteks gegee word. Op skool hoor ons altyd dat leerlinge speel in "die vierkant" gedurende pouse. Woorde soos regoorstaande en teenoorstaande, wat 'n integrale deel uitmaak van meetkundestellings en definisies, word alledaags deur leerlinge gebruik indien hulle die posisie van 'n ander persoon ten opsigte van hulself wil beskryf. Hierdie woorde word dan ook aan sinonieme gekoppel soos "oorstaande", "oorkant", en "aan die anderkant".

Indien bemiddeling deur onderwysers nie geskied nie, ervaar leerlinge probleme om hierdie woorde se betekenistoepassing te verstaan en effektief in die meetkundekonteks te gebruik.

Kennedy (1970: 466) stel die volgende voor as riglyne vir die meetkunde-onderwyser:

1. Hou terminologie so eenvoudig as moontlik.
2. Maak sekere kerndeel van 'n woord verstaanbaar. Byvoorbeeld: quadrilateral; "quadri" beteken 'vier', terwyl "lateral" 'sy' of 'kant' beteken (uit latyn). Die begrip beteken dus viersydige figuur.

Die Engelse woord "quadrilateral" is meer dienstig vir die Engelssprekende leerling as die Afrikaanse woord vierhoek, wat 'n verwarrende assosiasie met die woord vierkant het. So ook kan voorvoegsels en agtervoegsels die betekenis uitwys:

Voorvoegsels:

isos-, (Grieks), "-equal"

Agtervoegsel:

-gon, (Grieks), "-angle".

3. Nadat 'n woord bekend gestel is, gebruik dit so veel as moontlik in besprekings en geskrewe materiaal.

Otterburn en Nicholson (1976: 18) het probeer vasstel hoe goed alledaagse woorde wat in wiskunde gebruik word in 'n "Certificate of Secondary Education (CSE)" kursus deur 300 leerlinge verstaan word.

Die antwoordblad in hul navorsing is in kolomme ingedeel met die volgende instruksies: Aan die linkerkant van die bladsy is 'n lys van woorde wat in wiskunde gebruik word. Skryf in kolom 1 "Ja" indien u die woord se betekenis ken en "Nee" indien nie. Skryf die simbool vir die woord in kolom 2. Maak 'n skets of gebruik getalle of simbole in kolom 3 om aan te toon wat die woord beteken. Beskryf in kolom 4 wat die woord beteken. Maak gebruik van enige voorbeelde ter illustrasie.

Voorbeeld:

	1	2	3	4
Woord	Ja/Nee	Simbool	Maak 'n skets	Beskryf in woorde
Plus	Ja	+	$\begin{array}{r} 00 \quad 000 \quad 000 \\ 00 + 00 = 000 \\ 4 + 5 = 9 \end{array}$	Optelling, bv. vier plus vyf is gelyk aan nege

Hul navorsing het bevind dat daar heelwat verwarring bestaan by sommige woorde soos "Perpendicular" and "Parallelogram".

Die volgende is 'n uittreksel uit hul navorsing:

	Percentages		
	Correct	Blank	Confused
Kite	49	20	32
Intersection	41	50	9
Parallelogram	37	41	22
Perpendicular	35	61	4
Similar	19	67	15

Newman (1983: 48) het 'n veertig-item toets gekonstrueer en toegepas op 917 graad ses-leerlinge in 31 klasse in 19 skole in Melbourne:

" The study conducted by the author was based very much on the belief that language factors do affect some pupils' performance on mathematical items and that the most effective way to analyse the influence of these factors was through interviewing the pupils."

Om na die oorsake van hierdie probleme te soek sal dit goed wees om ook te kyk na Feuerstein se kognitiewe funksies (Feuerstein 1980). Gebrekkige kognitiewe funksies vorm 'n integrale deel van Feuerstein se teorie en hierdie disfunksies is die resultaat van 'n tekort aan bemiddelde leerervaring. Die lys van gebrekkige kognitiewe funksies van Feuerstein word gekategoriseer volgens die drie fases van sy mentale operasies, naamlik:

- a. Gebrekkigheid in kennis in die invoerfase.
- b. Gebrekkigheid in kennis in die verwerkingsfase.
- c. Gebrekkigheid in kennis in die uitvoerfase.

Die invoer en uitvoer word beskou as determinante op die periferie van die kognitiewe prosesse, in vergelyking met die verwerkingsfase, wat 'n meer sentrale posisie beklee en wat beskou word as meer essensieel vir doeltreffende kognitiewe funksionering. Gebrekkigheid in die invoer- en uitvoerfase belemmer nie die leerder se vordering nie, in teenstelling met

gebrektheid in die verwerkingsfase, want dit is die verwerking van data wat die uitkomst bepaal.

Osborne en Freyberg (1985: 127) vestig ons aandag op leerlingse betekenisassosiasies wat hulle aan hierdie woorde heg:

1. Leerlinge konstrueer betekenis vir 'n vreemde woord op die basis van verbale assosiasies of verbale ooreenkomste (eendersheid), byvoorbeeld, kilogram en kilometer.
2. Leerlinge wat die verskil tussen 'n tegniese (beperkte) betekenis van 'n woord en sy meer algemene betekenis kan insien, kan faal om te herken dat sommige terme twee of meer verskillende tegniese betekenis-toepassings het, elk toepaslik in 'n bepaalde konteks.
3. Leerlinge mag kortstondige betekenis konstrueer vir woorde waarmee hulle bekend is, gebaseer op naburige konteks-"wenke", byvoorbeeld, "Hoeveel is daar altesame"? Dus optelling.

#### 3.1.4 Komponente van die kategorie betekenisgewing

Wesenlike komponente van die kategorie betekenisgewing soos voorgestel deur Vrey (1979: 36) sluit die volgende in:

1. Betekenis maak oriëntasie moontlik.
2. Betekenis staan altyd in verhouding tot of hou verband met ander betekenis in die kognitiewe struktuur.
3. Betekenisgewing is altyd kognitief van aard. Dit berus in 'n mindere of meerdere mate op differensiasie, integrasie, vergelyking, memorisering, ens.



4. Betekenis maak aanspraak op ontdekking.
5. Betekenis het altyd 'n logiese dimensie wat gemeenskaplike verstaan moontlik maak.

Scandura (1971: 22) skryf oor betekenis soos volg:

" Stated generally, the ability to interpret involves determining the meaning of descriptions, irrespective of whether the descriptions are given verbally (i.e. orally or in written form), or whether they involve mathematical symbols or words of pictorial nature, or otherwise."

## 3.2 **KONSTRUKTIVISTIESE PERSPEKTIEF VAN LEER**

### 3.2.1 **Herstrukturering van meetkunde-inhoud**

Leerlinge is nie bloot passiewe ontvangers van kennis nie, maar hulle herstruktoreer en herinterpreteer die informasie om by hul bestaande konseptuele raamwerke in te pas. " If we wish new knowledge to link onto students' existing knowledge and experience, new knowledge should much less be presented as a package; it should instead, for example through inductive questioning, be presented in a deconstructed format in order to allow the process of construction to take place." (Sinclair 1989: 35)

Abstrakte wiskundige konsepte kan byvoorbeeld deur leerlinge gememoriseer word, maar dit sal vir hulle betekenisloos wees indien dit nie gekoppel word aan hul bestaande ervaring en dit wat hulle reeds weet nie. In meetkunde-onderwys moet leerlinge en hul verwysingsraamwerke as kardinale vertrekpunte gebruik word.

Sinclair (1989: 32) sien leer as 'n konstruktiewe proses en beklemtoon dat 'n positiewe leeromgewing geskep moet word. Hy spreek hom soos volg uit: " People construct rather than receive information. The learner does not simply store information as received. Instead, he transforms it, links it to knowledge he already has, and uses it to build a coherent interpretation of the world and its events....we should rather think of creating learning environments which enhance the processes of knowledge acquisition and skill development."

### 3.2.2 Verbale herstrukturering van meetkunde-inhoud

Verbale herstrukturering kom veral voor wanneer gebruik gemaak word van sinonieme. Die leerder sê by implikasie vir homself "dit impliseer" of "dit beteken dus".

Byvoorbeeld: "Aangrensend"

Herstrukturering vind plaas en die leerder sê vir homself:

"Aangrensend beteken langsaan, teenaan."

So word die betekenis deursigtig.

Wood (1977: 292) sien vertaling as 'n vorm van herstrukturering en kommentarier soos volg:

" Translation, an activity which requires the individual to transform a communication into another language, into other terms, into another form of communication. The aim is to develop fluency in the use of mathematical language, and confidence in the use of visual imagery....Translation is judged on the basis of faithfulness and accuracy, i.e. on the extent to which the pith of the original communication is retained through the transformation."

Wood gee dan verdere voorbeelde met illustrasies waar vertaling voorkom:

- (a) Vertaling van illustrasies, modelle, tabelle, diagramme en grafieke na die verbale vorm en omgekeerd.
- (b) Vertaling van meetkundekonsepte in verbale vorm na modelle, illustrasies, grafieke ens.

Voorbeeld:

Voltooi die tabel.

Vooraansig	Syaansig	Plan	Naam van model
(a) Gelyksydige $\triangle$	Gelyksydige $\triangle$	Vierkant met diagonale	
(b) Reghoek	Reghoek	Gelykbenige $\triangle$	

Volgens McDonald (1989: 66) kan drie belangrike faktore moontlik aanleiding gee tot hierdie tipe herstrukturering, naamlik:

- (a) moeilikheidsgraad van die vakdomein;
- (b) karaktertrekke van die leerder;
- (c) metode en organisering van die leerinhoud.

Meer konkrete aanbiedinge van leerinhoud word normaalweg makliker begryp deur die leerder as abstrakte inhoude omdat dit makliker is om visuele voorstellings daarvan te vorm. Herstrukturering is baie nou verwant aan vertaling, dit wil sê die omsetting van een simboliese uiteensetting in 'n ander simboliese vorm. Herstrukturering is ook nou verwant aan vereenvoudiging, maar behels ook dikwels vermoeiliking op die voorwaarde dat die begrippe na herstrukturering vir die begripsvormer in 'n meer toegankliker vorm is, met nog dieselfde betekenis as die oorspronklike.

In haar ondersoek om die verband vas te stel tussen hoërskoolleerlinge se vlak van kognitiewe ontwikkeling en die manier waarop hulle meetkunde-inhoud struktureer, het McDonald bevind dat haar konkreet operasionele studente se organisasie van inhoud aandui dat verwarring van terme kan aanleiding gee tot verwarring in konseptualisering. Sy skryf verder: " On one level, they apparently assumed that because two terms begin with the same word (corresponding sides and corresponding angles) they should be highly related mathematically. On another level, they apparently assumed that relationships among terms persist regardless of context." (McDonald 1989: 92)

Sy stel voor dat onderwysers moet kennis neem van die rol wat taal speel in leerlinge se begrip van die verbande tussen konsepte, en veral hoe hierdie verbande verander van eenheid tot eenheid. Die betekenis van 'n woord hang dus af van hoe dit gebruik word in daardie spesifieke konteks.

Vir suksesvolle leer om plaas te vind, is dit dus gebiedend noodsaaklik dat inmenging en bemiddeling veral by meetkunde-definisies en stellings 'n kardinale rol speel.

Sinclair (1989: 37) stel dan die volgende riglyne voor om die leerproses vir die leerling te vergemaklik:

1. Dekonstruksie van die teks.
2. Vakspesifieke strategieë, soos relevante vraagstelling en dat onderwysers saam met leerlinge deur die vakmateriaal werk.

Nie net moet stellings, definisies en aksiomas as voorkennis vir probleemoplossing beskou word nie, maar hulle is die middele waarmee leerlinge die eksamenlokale moet binnegaan om probleme op te los. Hierdie vakspesifieke "taal" roep by die leerling 'n visuele beeld op van 'n spesifieke skets wat die leerling in die klaskamer geleer en ook gememoriseer het. Die sketse in die klaskamer en in handboeke word in standaardvorm gegee, maar leerlinge ondervind dit nou as versteekte figure in 'n geheel en nie in standaardvorm nie. Bishop (1983: 180) glo dat 'n enkele rigiede voorstelling van 'n skets in handboeke nie kan lei tot 'n veralgemening deur leerlinge nie. Hy skryf verder:

"One problem in geometry teaching is that it is impossible to draw a generalized diagram...one cannot draw a general triangle — once it is drawn it is specific. It is therefore necessary to present many diagrammatic examples of a geometric concept if the learners are not to be restricted by the specificity of the diagram."

Om probleme wat leerlinge ervaar in meetkunde te oorbrug, stel Butler en Wren (1960: 456) die volgende riglyne vir die onderwyser voor:

1. Teken sketse versigtig en benoem hul dienooreenkomstig.
2. Waar dele van 'n geheel in 'n figuur oorvleuel, (bv. driehoeke) teken die dele apart en benoem hul.
3. Kyk uit vir veralgemenings.
4. Maak gebruik van teenvoorbeelde.

So differensieer leerlinge dan ook tussen verskillende konsepte op die basis van:

- (a) Vorm - driehoekig of vierkantig.
- (b) Tipe figuur - gelykbenig of reghoekige driehoek.
- (c) Klasinsluiting - vierkante, reghoeke is almal vierhoeke.

Kennis word nie sonder meer oorgedra van onderwyser na leerling nie. Daar bestaan 'n behoefte by die leerder om die informasie te interpreteer, te vergelyk met bestaande idees en om dan konneksies te vind met sy bestaande eenhede. Ons sal hierdie eenhede van verbandhoudende idees in die kind se geheue 'n

SKEMA noem. " A schema is conceived of as a modifiable information structure that represents generic concepts stored in memory. Schemata represent knowledge that we experience - interrelationships between objects, situations, events, and sequences of events that normally occur." (Glaser 1984: 100)

Johnstone (1986: 62), gebruik die begrippe akkomodasie en assimilasië om hierdie interaksie tussen die kind se skema en die nuwe idees te beskryf: "...if the new idea is somewhat different from what he already recognizes, he has to modify (accommodate) his body of ideas to be able to assimilate the new idea."

### **3.2.3 Alternatiewe opvattinge in meetkunde wat by leerlinge bestaan**

Vanuit 'n konstruktivistiese perspektief word miskonsepsies beskou as krities belangrik tot die leer- en onderrigproses. Dit vorm deel van leerlinge se konseptuele strukture en werk meestal negatief in op nuwe leer materiaal, waar dit foute kan veroorsaak.

Olivier (1992: 196) onderskei tussen glipse en foute (errors). 'n Glips is 'n verkeerde antwoord as gevolg van die foutiewe prosesering van data; dit is nie sistematies nie maar word sporadies gemaak as gevolg van nalatigheid. Glipse word maklik herken en kan gekorrigeer word.

Foute is verkeerde antwoorde as gevolg van beplanning; hulle is sistematies omdat hul gereeld voorkom onder dieselfde omstandighede.

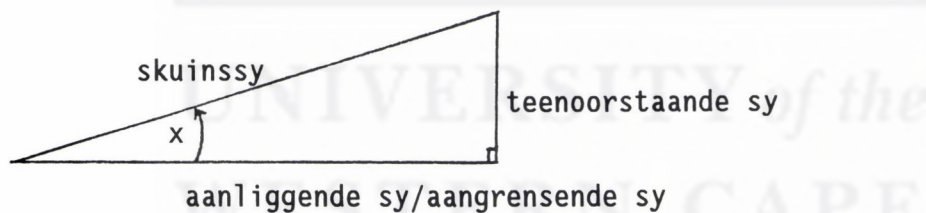
Johnstone (1986: 64) gee die volgende riglyne by die onderrig van chemie wat ook op wiskunde toegepas kan word:

1. Neem leerlinge se alternatiewe kennisraamwerke in ag.
2. Let op vir taalprobleme.
3. Verwyder alle oortolligheid wat in probleme voorkom.
4. Help assimilasië deur akkomodasiestappe laag te hou.
5. Gereelde vertakking en verbinding is essensieel.
6. Begin met waar die leerling is en lei hom in die vak in.

Dit gebeur dikwels dat kennis vanaf meetkunde oorgedra moet word na trigonometrie. Voorbeeld:

In  $\sin x = \frac{\text{teenoorstaande sy}}{\text{skuinssy}}$ .

Wanneer 'n mens 'n reghoekige driehoek op die swartbord teken en dit benoem,



gebeur dit dikwels dat leerlinge hierdie terme ondeurdag oorneem:

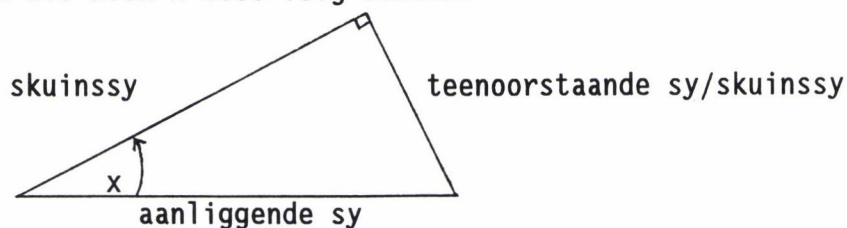
teenoorstaande sy = die sy regs/oorkant/aan die anderkant,

skuinssy = die boonste sy/nie horisontal of vertikaal,

aanliggende sy = onderste sy/langsaan  $x$ /teenaan  $x$ .



Die gevolg is dat leerlinge dan die volgende tipe driehoek ten opsigte van die hoek  $x$  soos volg benoem:



Haylock (1982: 54) meld dat die verstaan van wiskunde beteken om kognitiewe konneksies tussen items te maak:

" The more connections the learner can make between the new experience and the previous experience, the greater and consequently the more useful the understanding. If the learner fails to make connections between the new material and the previously learnt material, then the new material exists in his cognitive structure as an isolated, unconnected experience. This is what is usually called 'rote learning'."

Hierdie 'rote learning' is dan nie gekoppel aan enige vorige kennis nie; word nie begryp deur die leerling nie; is geïsoleerde kennis en daarom moeilik om te onthou. Dit het tot gevolg dat kennis dan toegepas word in 'n bepaalde aantal situasies wat gepaard gaan met 'n minimale mate van verstaan. Hoe meer konneksies dus gemaak kan word, hoe dieper die begripsproses.

Haylock (1982: 55) noem vier komponente waar leerlinge konneksies in die wiskunde moet kan maak:

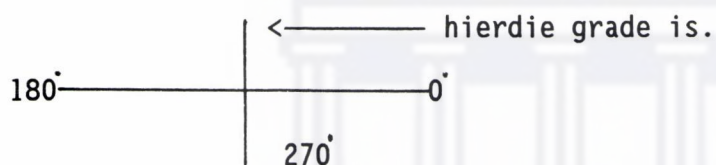
- (i) Woorde (wiskunde-taal)
- (ii) Diagramme/sketse
- (iii) Konkrete situasies
- (iv) Simbole

Om materiaal te kan verstaan moet leerlinge dan in staat wees om konneksies te kan maak tussen die volgende kategorieë, naamlik

(a) Wiskunde-taal  $\longrightarrow$  simbole

Skryf in simbole: Een honderd drie en dertig.

(b) Diagramme/sketse  $\longrightarrow$  simbole



(c) Konkrete situasies  $\longrightarrow$  simbole (of prente  $\longrightarrow$  simbole)

(d) Simbole  $\longrightarrow$  konkrete situasies

Skryf 'n storie oor 'n berekening soos  $4 \times 3$

### 3.3 KONSEPVORMING IN MEETKUNDE

Volgens Swanepoel (1990: 485) word 'n konsep beskryf as:

" A generalization about data which are related; it enables one to respond to, think about, specific stimuli or percepts in a particular way."

Skemp (1971: 25) onderskei tussen primêre konsepte, gevorm uit sensoriese en motoriese ondervindinge, en sekondêre konsepte, gevorm uit ander konsepte. 'n Persoon beskik nie net oor 'n bron van enkel, losstaande konsepte nie. Die verskeidenheid konsepte is so inmekaar verweef dat voorafgaande konsepte die noodsaaklike hoekstene vorm waarop daaropvolgende konsepte gebou kan word. Lesh (1976: 70) stem saam met Skemp en staaf dit met 'n voorbeeld. " For instance, in order to learn that 'the medians of a triangle intersect at a single point,' the student should have mastered 'medians', 'triangle', 'intersection' and 'point' as prerequisite concepts."

Sekere beginsels vir die vorming van konsepte wat in gedagte gehou moet word volgens Van Engen (1976: 93) is die volgende:

1. Konkrete leermateriaal is nodig.
2. Leerlinge interpreteer die betekenis van woorde in terme van hul eie ondervinding en hierdie ondervinding mag verskil van die van die onderwyser. Visuele voorstellings is daarom 'n noodsaaklikheid.
3. 'n Kombinasie van abstrakte voorstellings en konkrete voorbeelde is funksioneel beter as elkeen op sy eie.
4. Konsepvorming is 'n groeiproses, dit neem tyd om 'n konsep te ontwikkel.
5. Daar is dinge soos "nonverbalizable generalizations" : ("Ek ken die antwoord, maar ek weet nie hoe om dit te sê nie."
6. Die kind se agtergrondkennis is 'n belangrike faktor in konsepvorming. ('n Kind wat met 'n stuk draad gespeel het, sal

weet dat dit in verskillende vorme gebuig kan word om onder andere reghoeke en vierkante te vorm.)

### 3.3.1 Verskillende strukture wat in wiskunde bestaan

Lesh (1976: 71) beskou drie tipes strukture wat in wiskunde-onderrig voorkom, maar maan dat hierdie strukture in konflik met mekaar kan wees. Sy strukture sien daar soos volg uit:

- (a) wiskundige strukture - die manier waarop die wiskunde-dissipline die groep konsepte organiseer;
- (b) onderrigstrukture - die manier waarop die onderwyser, teksboeke, of onderrigprogramme die groep konsepte organiseer; en
- (c) kognitiewe strukture - die manier waarop die leerlinge die groep konsepte organiseer.

Verder wissel die kompleksiteit van die konsepte ook. Swanepoel (1990: 485) noem byvoorbeeld dat die aanleer van die taal en simbole van wiskunde 'n voorwaarde is vir die ontwikkeling van gevorderde konsepte.

Floyd (1981: 79) druk haarself soos volg uit oor die leer van konsepte:

" In mathematics, however, not only are the concepts far more abstract than those of everyday life, but the direction of learning is for the most part in the direction of still greater abstraction. The communication of mathematical concepts is therefore more difficult, on the part of both communicator and receiver."

Swanepoel (1990: 487), noem enkele aspekte wat in gedagte gehou behoort te word wanneer meetkunde-onderrig, asook remediërende meetkunde-onderrig (ten opsigte van basiese konsepte), ter sprake is:

1. Weens die hiërargiese struktuur van veral meetkunde veroorsaak 'n gebrek aan kennis van voorafgaande konsepte dat die leerlinge nie die daaropvolgende konsepte kan bemeester nie. Voldoende geleentheid vir die inoefening van basiese konsepte moet dus verseker word.
2. Daar moet deurentyd voorsiening gemaak word vir die ontleding van leerlinge se voorkennis om moontlike leemtes in hulle begrip van basiese konsepte te identifiseer en te remedieer.
3. Leerprobleme ontstaan indien die leerlinge gekonfronteer word met inhoude wat vir hul te abstrak en te teoreties is. Dit is egter nie net belangrik dat die konsepte aanpas by die leerlinge se denkvlak nie, maar dit is ook noodsaaklik dat die regte leersituasie geskep word.

Jarvis (1986:31) stem saam met Swanepoel oor die hiërargiese aard van wiskunde: " Mathematics is a hierarchical subject. Before a teacher can proceed to new work, it is essential that the pupils have sufficient understanding of one or more pieces of work which have gone before. Often syllabuses are over-crowded, and the time factor limits revision and testing of necessary preknowledge."

Hollander en Strauss (1992: 19) beskou dit as gebiedend noodsaaklik by die beplanning van enige onderwyshandeling(e), dat die onderwyser eers die leerlinge se beginsituasie moet bepaal. Dit behels die vasstelling van die leerling se bestaande kennis, vaardighede en houdings wat 'n invloed mag uitoefen op die ontsluiting van en verwerking van nuwe inhoud. (So byvoorbeeld beskik leerlinge in standerd ses reeds oor die kennis van gelykvormigheid aangesien hulle in hul vroeë stadium van ontwikkeling tydens die teken van plante, huise en diere met skaaltekeninge te doen gehad het.)

Jarvis (1986: 13) noem die volgende belangrike faktore by lesbeplanning:

" Determine the pre-knowledge required by the pupils, these prerequisites (what the pupil must know to learn the new piece of mathematics) may be found by working 'back-wards' from the objective of the lesson. Prerequisites may be checked by means of questions and answers, worksheets and diagnostic tests. If one finds a pupil who is having trouble acquiring a new concept or skill, the first question one should ask is, 'What prerequisite information or concept or skill has the pupil failed to learn?'"

'n Mens sal dus wil glo dat die heel eerste vereiste waaraan enige onderrig (nie net in meetkunde nie) moet voldoen, juis die integrasie van verskillende feite en kennisstrukture tot 'n geheel is en dus dat met elke onderrigpoging, daar gepoog sal word om soveel verskillende feite as moontlik te integreer en konneksies te maak met ander feite uit die leerder se ervaringswêreld. 'n Mens kan 'n geïsoleerde feit ken, maar daar is eers sprake van begrip as daardie feit in verband gebring word met ander feite en voorkennis, sodat daar 'n koherente, betekenisvolle geheelbeeld ontstaan. Sodoende word dinge wat mens leer, sinvol en gevolglik ook makliker om te onthou. Die onderwyser se rol as bemiddelaar by die skep van 'n toepaslike leeromgewing sal bepaal of hierdie leerproses suksesvol gaan wees vir die begripsvormer.

The logo of the University of the Western Cape, featuring a stylized building with columns and a pediment.

UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 4

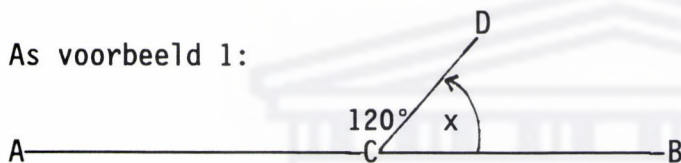
### 4.1 PROBLEEMIDENTIFISERING IN DIE KLASOPSET

#### 4.1.1 Die gebruik van teksspesifieke taal in die klasopset

Dit is opvallend hoeveel verskillende bewoordinge daar vir die antwoord van 'n meetkundige stelwyse gegee kan word.

In handboeke en in die klaskamer bestaan daar nie 'n konsekwente gebruik van hierdie beweringe nie, wat "redes" in meetkunde genoem word.

As voorbeeld 1:



AB is 'n reguitlyn, bereken die grootte van x:

Verskillende "redes" met dieselfde betekenis vir x se grootte wat aangevoer kan word, is die volgende:

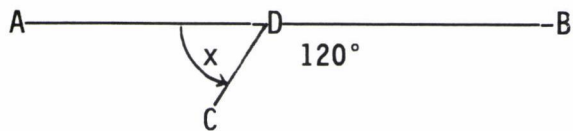
- $x = 60^\circ$  [ AB is 'n gestrekte hoek/AB is 'n reguitlyn.]
- [ Som van hoeke op (ek onderstreep) 'n reguitlyn.]
- [ Supplementêre hoeke.]
- [ Supplementêr aanliggend/aangrensende hoeke.]
- [ Omwenteling/som van hoeke om 'n punt.]

Bogenoemde skets is verteenwoordigend van dit wat in die klaskamer onderrig word en ook in teksboeke voorkom as voorbeeld.

Die probleem ontstaan deurdat die bewering "som van hoeke op 'n reguitlyn" kan impliseer dat slegs hoeke wat bo-op 'n reguitlyn lê se som  $180^\circ$  kan wees. Indien hierdie bewering so gebruik word,



kan dit verwarring by leerlinge veroorsaak indien hulle 'n skets teëkom wat daar soos volg uitsien:



Aangesien hierdie skets nie mag voldoen aan hoeke op 'n reguitlyn nie, sien leerlinge dit moontlik as hoeke onder 'n reguitlyn. Al skema wat hulle ken is dié in voorbeeld 1.

#### 4.1.2 Vakspesifieke taal en terminologie binne die meetkundekonteks

Volgens Euklides bestaan 'n driehoek uit drie lynstukke, maar handboeke noem nou dat dit die vereniging is van drie nie-saamlynige punte en die lynstukke wat hulle verbind. Van leerlinge word verwag om talle definisies van abstrakte begrippe soos puntepaar, lynstuk, straal, ens. te ken en te gebruik.

Bostaande definisies van 'n driehoek moet byvoorbeeld noukeurig bestudeer word alvorens 'n mens werklik die ou bekende driehoek herken. Kies (1974: 19) het hom soos volg oor die oormatige gebruik van terminologie uitgelaat:

" Hoogdrawende terminologie is geen plaasvervanger vir substansie nie. 'n Mens verkry nie mag oor iets deur dit 'n naam te gee nie. Die nuwe terminologie is minder dienstig as die oue. Wat wel bygebring is, is nie soseer moderne wiskunde nie, maar wel die woordevloed en soms 'n parodie daarvan."

Hoffman (1984: 47), onderskei drie tipes taalprobleme in wiskunde-onderrig:

- (a) Die wat nie maklik veranderbaar is nie as gevolg van standaard gebruik.
- (b) Die waar alternatiewe beskikbaar is.
- (c) Die waar die gebruik daarvan nalatig of verkeerd is.

Hier volg verskillende voorbeelde van elke kategorie:

(A) Standaard gebruik: - nie maklik veranderbaar nie.

- (i) spesiale betekenis - bv. mag, basis, waar die wiskundige betekenis verskil van die algemene betekenis.
- (ii) simbole - die gebruik van letter-simbole. In  $4x + 20^\circ = 180^\circ$ , hoe veranderlik is die veranderlike in die vergelyking? ( $x$  is slegs  $40^\circ$  en geen ander waarde nie, m.a.w  $x$  kan nie verander nie)
- (iii) definisie - 'vermenigvuldiging is herhaaldelike optelling.'

(B) Alternatiewe gebruik: omdat die onderwyser se rol as deurslaggewend beskou word om hierdie taalprobleme te oorkom.

- (i) taal van vermenigvuldiging en deling : "Two threes are six" is verkieslik bo "Two times three is six". Die eerste stelling gebruik taal waarmee die leerling reeds vertrouwd is en die basiese rekenkundige verwantskappe tussen die berekeninge word nie belemmer nie.
- (ii) benoeming van desimale: .56 behoort gelees te word as ses en vyftig honderdstes eerder as "punt vyf ses".

Die laasgenoemde stelwyse dra nie by tot die betekenis nie en belemmer berekeninge met desimale.

- (iii) instruksies: los op vir  $x$ , vereenvoudig, reduceer, brei uit, ens. kan vervang word met "doen die volgende bewerking."

## 4.2 ANALISE VAN 'N VOORGESKREWE TEKSBOEK (DEKKER EN VISSER 1991)

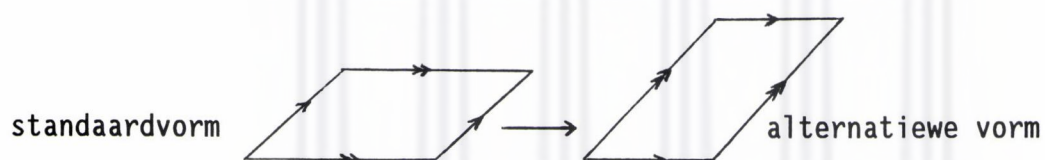
### 4.2.1 Verduidelikings in teksboeke in die algemeen

Meetkunde word onderrig aan die hand van die een of ander handboek, waar die handboek die volgorde van die sillabusse volg vir die bewys van stelwyses. Handboeke oor die algemeen verskaf weinig aanmoediging en leiding aan onderwysers om by die kind se ervaringspeil aan te sluit en die konkrete as uitgangspunt te gebruik. Die patroon in die handboek is aksioma-definisie-stelling-bewys-afleiding en uitgewerkte voorbeelde. Weinig aanduiding word gegee dat 'n nuwe begrip en/of stelwyse moontlik uit voorafgaande werk vloei. Stelwyses se bewoording word aan die begin van 'n hoofstuk gegee deur 'n bewys en geen ontdekking word deur die leerder self gedoen om sy voorkennis in te bring nie. Bewoording van stelwyses word dan deur herhaling en memorisering geleer, meestal sonder enige inmenging van die onderwyser wat betref taal en enige besondere betekenisgewing. Weinig ruimte word gelaat vir die bespreking van stelwyses. So byvoorbeeld bevat handboeke stelwyses en sketse wat jaar na jaar

in dieselfde vorm weergegee word (gewoonlik in standaardvorm) en uiteensettings wat dieselfde patroon volg. Uiteensettings word klaar opgesom vir leerlinge sonder om terminologie te anker aan 'n werklikheidswêreld.

**4.2.2 Tekortkominge in die wiskundeteksboek van Dekker en Visser (1991) vir standerd 7 sluit onder andere die volgende in:**

- (a) Onvermoë om die teks (meetkundestellings) te integreer met die skets, dus 'n gebrek aan integrasie van die visuele met die beskrywende.
- (b) Sketse word in rigiede standaardvorm gegee met 'n gebrek aan alternatiewe vorme. Voorbeeld:



Om die taalprobleme in teksboeke aan te spreek, stel Bell et al. (1983: 280) die volgende riglyne voor:

Voorstelle i.v.m die teks:

- (a) Verbeter die teks deur dit toegankliker te maak vir die leerlinge;
- (b) Verbeter die onderwyser se gebruik van die teks;
- (c) Verbeter die leesvermoë (reading ability) van die leser.

Hulle sê egter nie hoe nie.

Vir die onervare leerkring is die handboek onvervangbaar. Die leerling kan ook nie daarsonder nie. Dit voorsien die leerling in die besonder van 'n inligtingsbron waaruit hy die essensiële vakonderbou kan verkry; waaruit hy die kohesie van die vak kan inwin; waaruit hy die struktuur van die vak bybring, en waaruit hy studeer vir eksamendoeleindes.

#### **4.2.3 Kriteria wat gebruik word om teksboeke te evalueer** **(Engelbrecht 1975: 45)**

Volgens Engelbrecht moet teksboeke aan die volgende kriteria beantwoord:

- (a) Die inhoud van die teksboek moet in ooreenstemming met die sillabus wees.
- (b) Die kwaliteit van die drukwerk en illustrasies moet van 'n hoë standaard wees.
- (c) Die teksboek moet 'n goeie taalstandaard handhaaf.

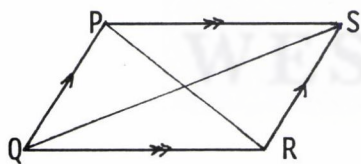
'n Belangrike kriteria myns insiens is egter dat die teksboek die leerlinge se sosio-ekonomiese agtergrond moet in ag neem, want die taal en milieu wat leerlinge die klaskamer inbring, kan so maklik in botsing wees met die taal in die teksboek.

Garbe (1985: 39) glo dat daar nie genoeg tyd afgestaan word aan die onderrig van woordeskat nie: " Without an adequate vocabulary, students cannot solve written problems or increase their understanding of mathematics by reading the textbook."

Engelbrecht (1975) beskou dit as gebiedend noodsaaklik dat prente, foto's, kaarte, diagramme as hulpmiddele in handboeke ingesluit word ten einde leer te vergemaklik.

#### 4.2.4 Tegniese terme aangehaal uit Dekker en Visser (1991)

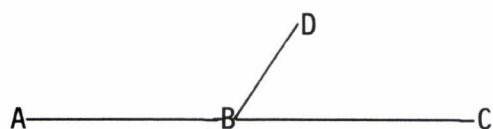
- (a) Regoorstaande hoeke;
- (b) Basis en basishoeke;
- (c) Skuinssy;
- (d) Teenoorstaande sye en hoeke;
- (e) Aangrensende hoeke;
- (f) Hoeklyne - "In parallelogram PQRS hieronder is die hoekpunte verbind. Sulke lyne wat teenoorstaande hoekpunte verbind, word hoeklyne (of diagonale) genoem" (Dekker en Visser 1991: 182).  
Geen integrasie van die visuele met die beskrywende vind plaas nie. [Wat word bedoel met teenoorstaande hoeke? Waarom is  $\hat{P}$  en  $\hat{Q}$  dan nie ook teenoorstaande hoeke nie? Staan hulle dan nie ook teenoor mekaar nie?]



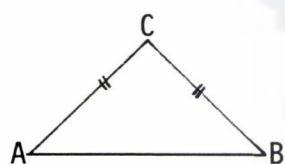
#### 4.2.5 Standaardvorme van meetkundefigure

Meetkundevoorbeelde in handboeke of dié deur onderwysers in die klaskamer behandel, word in standaardvorm geteken. Die meeste handboeke gee die volgende sketse in standaardvorm as voorbeelde waar die ruimtelike oriëntering van die sketse vas is.

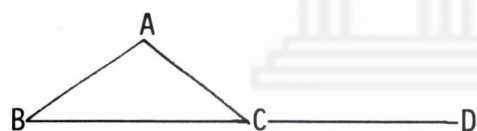
(a) Supplementêre hoeke



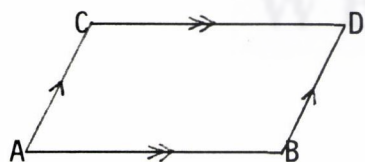
(b) Gelykbenige driehoek



(c) Verband tussen die buitehoeke en binnehoeke van 'n driehoek



(d) Parallelogram



#### 4.2.6 Nadele van die handboek vir onderwysdoeleindes

- (a) Verduidelikings en benoemings in figure is onvoldoende in die handboek. Voorbeelde: (sien bylaag A)
- (b) Druk- en selfs wiskundige foute kom voor en verkeerde antwoorde op probleme word in sommige gevalle verskaf. Voorbeeld: (sien bylaag B)
- (c) Handboeke is geneig om met 'n definisie/stelling te begin en 'n skets (altyd in standaardvorm). Daar bestaan 'n gebrek in teksboeke aan kontrasterende voorbeelde. Die vraag sou tereg gevra kon word of onderwysers nie geneig is om te gou van hierdie teksboekvoorbeelde gebruik te maak nie. 'n Voorbeeld kan tog slegs sinvol wees indien die leerlinge "weet" waaroor dit gaan. Leerlinge moet eerder self 'n voorbeeld konstrueer (gee).

#### 4.2.7 Die handboek by verskeie aktiwiteite in die wiskundeklas

- (a) Woorde soos basis en mag, het heel verskillende betekenisse in die wiskunde as in die alledaagse gesprekvoering. Die leerkrag moet hierdie woorde met die klas bespreek en beide betekenisgebruike van die woorde beklemtoon. Leerlinge moet aangemoedig word om hul eie "woordeboek" van hierdie gebruikswyses te hou.



(b) Kies 'n paar probleme direk uit die handboek.

Vra die leerlinge om die probleme te herskryf deur dieselfde inligting en data insake die probleem te gebruik, maar in 'n konteks van hul eie keuse. Hierdie nuwe probleme word dan in die klaskamer gelees en bespreek. Hierdie aktiwiteit stel die onderwyser in staat om te bepaal of die leerlinge die probleem werklik verstaan en watter feite belangrik is en korrek gebruik word.

In die onderwys val die klem te veel op die informasie wat geleer moet word, met ander woorde die nuwe materiaal, en nie op die leerder of begripsvormer nie.

Die analisering van die volgende probleem kan ter illustrasie dien:

'n Stuk draad, 16 meter lank, word in die vorm van 'n reghoek gebuig. Wat moet die lengte en breedte wees sodat die oppervlakte 'n maksimum waarde kan hê?

- 16 meter lank het moontlik te doen met omtrek, of totale lengte reg rondom die figuur.
- maksimum impliseer die grootste, die meeste, die hoogste (temperatuur by weervoorspelling).
- die woord reghoek laat 'n mens dink aan 'n figuur met twee lang en twee kort sye.
- "in die vorm van 'n reghoek" impliseer dat die figuur ook 'n vierkant kan wees. Vierkante is ook spesiale tipes reghoeke.

Volgens Hill (1987: 37) het goeie tekste die volgende eienskappe:

- (a) Nuwe items word slegs ingebring na konkretisering, of indien die nuwe idee gekoppel kan word aan vorige ondervinding;
- (b) Nuwe items word nie gedefinieer by wyse van formele stellings en dit wat van die leerling verwag word om hul presies te memoriseer nie;
- (c) Daar is instruksies in die teks, waar daar verwag word van die leser om die informasie aktief te prosessee;
- (d) Daar is 'n progressie in ervaring van taal na visuele voorstellings en ten laaste na simbole;
- (e) Daar is 'n gereelde gebruikmaking van diagramme, tekeninge en foto's.

Die komprehensie van 'n wiskundeteks verg, onder andere, lees om kennis te konstrueer, visualisering, oordraging, vertaling, ook in die individu se eie taal, en voorkennis om sodoende betekenis aan die teks te gee.

Moates en Schumacher (1980: 190) sê die volgende oor bogenoemde:

" Although these factors appear different, they do accomplish one common structure. They provide a structure that brings the passage being read under a single, coherent interpretation."

#### 4.3 WOORDEBOEK BETEKENISSE VIR SEKERE WISKUNDIGE BEGRIPPE

Namate 'n vakgebied ontwikkel, ontstaan daar 'n versameling terme wat aspekte van die vak identifiseer en beskryf. Hierdie terme vorm die basis vir sinvolle oordrag van kennis van die vak. Dit is egter noodsaaklik dat die terme algemeen aanvaar moet word. 'n Woordeboek bevat ook meestal 'n lys van terme uit die wiskunde. Die waarde van dié soort boek lê daarin dat die betekenis van die terme met kort, kernagtige beskrywings verklaar word. Benewens 'n basiese definisie word een of meer eienskappe van 'n item ook bespreek.

Die volgende wiskundevoorbeelde kom uit Kritzinger en Labuschagne (1982):

**Teenoorstaande:** teenoor - aan die oorkant, aan die anderkant.

**Regoor:** presies aan die anderkant, presies teenoor.

**Loodreg:** met 'n hoek van  $90^\circ$  tot 'n plat vlak; vertikaal.

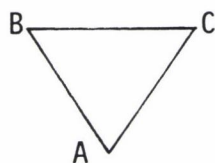
**Basis:** grondvlak, grondlyn van 'n figuur, onderste deel waarop iets rus, regte lyn as grondlyn vir opmetingswerk.

**Hoogte:** afmeting in vertikale rigting.

Volgens Gonin et al. (1984: 199), hang die basis en hoogte van 'n driehoek af van watter hoekpunt van die driehoek die toppunt is. Gonin, soos ander skrywers (Dekker en Visser 1991), teken hul driehoek in standaardposisie as hulle praat van basis en hoogte.

Wat dan van fig.1?

fig 1



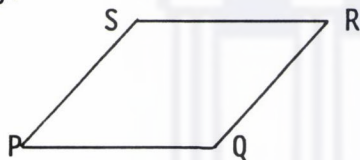
Waarna verwys die woord toppunt? Impliseer dit die boonste punt?. Hierdie figuur het dan nie 'n basis of grondlyn nie, omdat daar geen lyn van die driehoek is wat op die "grond" of onder rus nie. As BC dan 'n basis voorstel, impliseer dit dat die driehoek op sy "kop" rus. Hierdie misvattinge bestaan by leerlinge en ook by onderwysers.

**Hoogtelyn:** loodregte lyn van die toppunt van 'n figuur na sy basis; vertikale lyn van 'n driehoek.

**Hoeklyn:** lyn wat twee oormekaarstaande hoeke van 'n vlak verbind, diagonaal.

**Skuinssy:** sy van 'n reghoekige driehoek, die sy teenoor die hoek van  $90^\circ$ .

'n Parallelogram is 'n vierhoek met die teenoorstaande sye ewewydig.



Handboeke beskryf  $\hat{P}$  en  $\hat{R}$  as teenoorstaande hoeke of oorstaande hoeke. Hone (1971: 109) noem dat  $\hat{P}$  en  $\hat{R}$  as teenhoeke gesien moet word:

" Teenhoeke is 'n beter woord as oorstaande hoeke.

Oorstaande laat 'n mens dink aan iets wat oorstaan, wat vir later bly."

Daar bestaan heelwat verwarring by leerlinge oor die gebruik van die begrippe teenoorstaande hoeke en regoorstaande hoeke. Hierdie hoeke word as sinonieme aanvaar en ook deels deur die woordeboek as sulks beskryf.

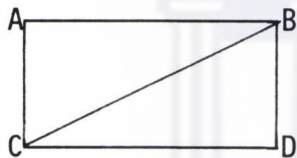
Verwarring, veral by standerd ses-leerlinge, ontstaan ook oor die voltooiing van die volgende sin:

" 'n Driehoek waarvan die lengte van die twee sye gelyk is, word 'n.....driehoek genoem."

Dit is opvallend hoe baie leerlinge die woord gelyksydig neerskryf. Dit is moontlik toe te skryf aan die woorde "sye" en "gelyk" en die posisie wat hulle beklee in die teks.

#### 4.4 KONTEKSTUELE BENOEMINGE VAN MEETKUNDEFIGURE

Dit is ook opvallend, veral in meetkunde, hoedat verskillende komponente van 'n figuur benoem kan word, afhangende van die konteks waarin dit gebruik word. Die reghoek sal as voorbeeld gebruik word.



Benoeminge van sekere komponente van die figuur:

CD - "basis" van die reghoek/lengte van die reghoek/  
teenoorstaande sy van AB/aanliggende sy van hoek BCD/loodregte  
hoogte (indien woordeboeke dit ook as horisontaal sal aanvaar).

CB - hoeklyn/skuinssy van driehoek CBD/gemeenskaplike sy vir  
kongruensie tussen driehoek ABC en driehoek DCB/diagonaal.

#### 4.5 VISUALISERING VAN MEETKUNDEMATERIAAL

Meetkundemateriaal maak baie sterk aanslag op die vermoë om te kan visualiseer. Onder visualisering, word die vermoë om beelde in die geestesoog te vorm, verstaan. Presmeg (1992: 40) identifiseer vyf kategorieë beelde:

- (a) "Concrete, pictorial imagery (picture-in-the-mind)".
- (b) "Pattern imagery (pure relationships depicted in a visual-spatial scheme)".
- (c) "Memory images of formulae".
- (d) "Kinaesthetic imagery (involving muscular activity, e.g. fingers "walking")".
- (e) "Dynamic (moving) imagery".

Die feit dat daar verskillende kategorieë beelde bestaan, sê vir ons dat individue op verskillende wyses visualiseer.

Die voorkoms van die visuele by 'n individu word grootliks bepaal deur sy lewenservaring en bekendheid met die besondere situasie - die konkreetheid of abstraktheid van die situasie. Leerlinge skep hul eie beelde. Beelde kan nie vanaf die onderwyser na die leerlinge oorgedra word nie. Dawson (1982: 58) sê die volgende oor beelde en woorde:

" So, first, we must have the images, the students' images, then we must have the children talk about their images, and only then should we attach words - the conventional mathematical terminology, if you will to those images. Then perhaps we can formalise it all so that in the final product

the words trigger the images. What is being said is that the meaning should precede the words, the experiences precede the formalisation. If this is done, then later the words, the formalisation, will activate the mind to re-collect the experiences and the meaning.....the meanings must be those of the children and those meanings need not necessarily be based on real-life situations, so-called. The images of the mind are also real, and they are often richer than real life. Meanings can be constructed from such images."

In die klaskamer assosieer leerlinge die sye van 'n gelykbenige driehoek met die bene van 'n mens. Die leerlinge maak dan sterk gebruik van beelde wat nie noodwendig ooreenstem met die visualiseringskema van die onderwyser s'n nie. Wanneer die leerling glo dat dit wat hy verstaan en geleer het korrek is maar hierdie interpretasie anders is as die van sy onderwyser, dan kan die onderwyser verkeerdelik glo dat die onderrig- en leerproses gefaal het.

Lopez-Real (1990: 36) noem dat baie wiskundewoorde ryk is aan beelding en metafore: " It seems a pity then that, except in a few cases, the origins of their meanings are not exploited and discussed more fully in the classroom."

Hy gee 'n paar voorbeelde en die vrae en bespreking wat daarvoor gevoer kan word:

" Line: from Latin, linea, meaning linen thread, string. We can hold a string taut or slack. What are the implications? What is special about a string held taut? Is it still a line when slack?"

" Parallel: from Greek, para, meaning beside and allos meaning one another. Consider two people standing next to one another. Does it suggest parallelism? What if they start walking? How should they walk? What extra features do we require for the mathematical concept?"

" Perpendicular: from Latin, perpendicularum, meaning plumb line, weighted line. A plumb line hangs vertically. Mathematically, perpendicular is a relational concept. What is a plumb line perpendicular to? Is the mathematical concept just concerned with horizontal and vertical?"

#### 4.6 ABSTRAKTE BEGRIPPE IN KONKRETE PROBLEME

Leerlinge in die klaskamer word gekonfronteer met konkrete probleme (vir die onderwyser aanvaarbaar), maar is in besit van abstrakte formules wat hul moet gebruik.

Kies (1974:21) laat hom as volg uit oor abstraksie:

" Abstraksie is nie die eerste stadium in die ontwikkeling van 'n wiskunde-vertakking nie, maar die laaste. Dit verskaf insig, maar slegs met betrekking tot bekende konkrete strukture. Dit verenig, maar slegs dit wat reeds bekend is. Sonder kennis van konkrete gevalle bly abstrakte begrippe lee fantasieë. Hoogs abstrakte begrippe kan nie op 'n lae vlak benut word nie; eerder sal verwarring en afkeer ontstaan."



As voorbeeld om te demonstreer:

'n Reghoekige kamp met afmetings 13 meter by 5 meter word oor 'n rivier gespan. Bereken die oppervlakte van die kamp.

Sommige leerlinge word nou gekonfronteer met oppervlakteformules wat hulle geleer het, en ook gememoriseer het, wat soos volg daar uitsien:

(a) Oppervlakte van 'n reghoek = basis  $\times$  loodregte hoogte.

Deur hierdie formule te gebruik kan verwarring ontstaan by die leerling wat die begrip "loodregte hoogte" betref. Loodregte hoogte volgens leerlinge en die woordeboek is veronderstel om vertikaal en opwaarts te wees.

(b) Oppervlakte van 'n reghoek = afstand van sy "x"  $\times$  afstand van sy "y".

Dit gaan nie oor watter definisie vir oppervlakte "korrek" is nie, maar watter een sinvol of geskik vir leerlinge is om te gebruik. 'n Gebrek aan begrip van hierdie definisies lei tot 'n gebrek om hulle in konteks effektief aan te wend. Rademayer (1988: 32) vestig ons aandag op die stadige leerder en die begaafde kind en teen watter tempo hulle die modelle kan visualiseer en internaliseer:

" The gifted child intuitively visualises a three-dimensional model and 'sees' projections, angles and surfaces in the 'abstract'. The slow-learner requires a mathematical laboratory where he can 'make' the model

under discussion, and where he can, by assembling and disassembling the model, get to know the model in the 'concrete'. Some of these slow-learners never learn to abstract and always require the sense of touch to understanding."

Die studie van meetkunde is dus basies gesentreer op punte, lyne, ens. Hierdie semantiese representasies is abstrak in die sin dat hulle nie gesien kan word, gevoel kan word, of ondervind kan word deur die normale sintuie nie. Kennis hieromtrent kan slegs ontwikkel word deur die bestudering van modelle van hierdie konsepte, modelle wat konkreet en algemeen is en wat leerlinge in hul daaglikse lewe teëkom.

In hoofstuk vyf gaan daar gepoog word om hierdie gaping tussen die konkrete en die abstrakte te oorbrug deur gebruik te maak van 'n teoretiese raamwerk soos deur Perkins (1986) opgestel.



UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 5

### 5.1 'N AANLOOP TOT 'N HEURISTIEK VIR BEGRIPSVORMING

#### 5.1.1 Oorbrugging van die gaping tussen konkreet en abstrak

Heddens (1986: 14) sê die volgende oor die oorgang van konkreet na abstrak:

" Many students have difficulty understanding mathematics because they are unable to make a connection between the physical world and the abstract world."

Heddens definieer die punt tussen konkreet en abstrak as semi-konkreet en semi-abstrak.

- (a) Semi-konkreet: voorstelling van reële situasies, prente van reële items word gebruik eerder as die items self.
- (b) Semi-abstrak: simboliese voorstelling van konkrete items, maar die simbole of prente lyk nie na die voorstellings waarvoor dit gaan nie.

Heddens wys daarop dat studente nuwe kennis op konkrete vlak moet internaliseer en dan sistematies vorder langs die kontinuum tot by die abstrakte voorstelling van daardie kennis.

Voorsiening moet gemaak word vir leerlinge om hierdie gaping teen verskillende tempo's te oorbrug.

Leerlinge mag ook struikelblokke gedurende hul leerproses ondervind wat 'n belemmerende invloed kan uitoefen op hul probleemoplossing. Sommige van hierdie struikelblokke kom voor as gevolg van faktore (volgens Fisher 1992: 152) wat Feuerstein (1980) soos volg saamgevat het in 'n kognitiewe kaart:

Inhoud: Die vakmateriaal kan onbekend wees, en leerlinge mag moontlik ook nie die nodige kennis hê om probleme op te los nie. Bemiddelde leer kan help om hierdie struikelblok te oorkom.

Modus: Die modus van aanbieding kan die leerder onkant betrap, hetsy dit verbaal, visueel, diagrammaties of simbolies is.

Prosedure: Die leerder kan gebrekkigheid toon in 'n spesifieke kognitiewe vaardigheid of operasie wat belangrik is vir informasieprosessering.

Fase: Die leerder kan byvoorbeeld 'n kritieke stadium in die leerproses ignoreer as gevolg van impulsiwiteit. Hy kan die behoefte vir meer invoer ignoreer, vir definiëring van die probleem, vir die deurwerk van probleme (elaboration), of vir die (deursigtige) verduideliking van die resultaat (uitvoer). Die onderwyser moet dan 'n beplande benadering volg as bemiddelaar van die leerproses.

Kompleksiteit: Die oormaat van informasie oorweldig leerlinge; hulle benodig hulp om aan hulle te toon hoe komplekse take suksesvol hanteer kan word, o.a. deur die opbreking van informasie in kleiner en hanteerbaarder dele.

Abstraksie: Dit is wanneer die leerder verder beweeg vanaf die konkrete na die meer abstrakte terrein van denke. Die leerder kan wel komplekse take wat ingebed is in die bekende en objektiewe wêreld aanpak, maar wanneer dit verwyder is van die realiteit, vind hy probleme met die kodering van die taak in simboliese vorm.

Doeltreffendheid: Baie emosionele faktore kan 'n invloed hê op die spoed en akkuraatheid waarmee die leerder die taak benader. Die vlakke van angs en motivering speel 'n belangrike rol in die bepaling van sukses. Veral reflektiewe denke benodig tyd en die leerlinge moet aangemoedig word om hul tyd te neem in die seleksie en implementering van hul strategieë.

#### 5.1.2 Die "kennis as ontwerp (KAO)" paradigma van Perkins

Perkins (1986) demonstreer dat daar 'n sterk maar verwaarloosde eenheid tussen leer en kritiese, kreatiewe denke bestaan. Hy noem dat die konsep van 'n ontwerp (design), soos deur hom gekonstrueer, deure oopmaak na die dieper ontdekking van enige terrein, akademies of alledaags. Sy "kennis as ontwerp" paradigma daag die konsep van kennis as informasie uit.

#### 5.1.3 Kennis as informasie vs. kennis as 'n ontwerp

Die verband tussen denke en kennis is volgens Perkins (1986) so belangrik dat enige teorie oor die onderrig van denke gebaseer moet wees op 'n teorie oor kennis en omgekeerd. Perkins

maak dan ook die volgende stelling. "How we think of knowledge could influence considerably how we go about teaching and learning." (Perkins 1986: 2) Hy maak dan ook onderskeid tussen twee sieninge van kennis, naamlik "knowledge as information" en "knowledge as design (K.A.D)".

"Knowledge as information" sien Perkins as "disconnected knowledge" en wat net so aan leerders oorgedra word. Jou stadige leerder veral aanvaar die informasie as waarhede en stoor dit in sy denke vir latere letterlike oproeping. Die leerder het tipies geen onderlinge begrip van sulke kennis nie. Dit is sulke verbandlose kennis wat Perkins uitdaag met sy kennis-as-ontwerp teorie. Om iets te begryp beteken dus om die doel, struktuur, modelle en argumente van 'n saak te begryp.

Hierdie elemente van begryping is meestal verlore in die kennis-as-informasie paradigma. Perkins beskryf dan ook 'n ontwerp as:

" a structure adapted to a purpose." (Perkins 1986: 2)

Hy verklaar dan dat 'n ontwerp verwys na "human endeavor of shaping objects to purpose." Die rol van die mens het dan belangrike implikasies vir 'n teorie oor kennis. Die siening van KAO is dat dit sosiaal gekonstrueer word. Dit is dus in lyn met die konstruktivistiese benadering tot kennis.

Die KAO-paradigma vra vier ontwerpvrage oor enige ontwerp:

- (1) Wat is die doel(e) van die ontwerp(e)?
- (2) Wat is die struktuur daarvan?
- (3) Watter modelle is daar?
- (4) Watter argumente kan daarvoor gevoer word?

Hierdie vier vrae maak sin t.o.v. beide konkrete sowel as abstrakte onderwerpe. Hierdie vrae dien ook as 'n heuristiek vir beter begrip.

'n Analise van die vier ontwerp vrae sien daar soos volg uit:

- (1) Wat is die doel? - As daar geen doel is met betrekking tot die informasie nie, dan is daar 'n gebrek aan begrip daarvan en wat om daarmee te doen.
- (2) Wat is die struktuur daarvan? - Na die struktuur word verwys as daardie komponente, inhoud, eienskappe ens. van die voorwerp waarna daar verwys word.
- (3) Watter modelle is daar? - Modelle impliseer die ontwerp en hoe dit werk. Hierdie modelle sluit dan ook mentale modelle in. Gebrek aan modelle lei daartoe dat die korrekte gevolgtrekkings nie gemaak kan word nie en behoort daarom 'n roetine-komponent van die begripsproses te wees. Die vorming van 'n model is ook 'n kreatiewe proses.
- (4) Watter argumente kan daarvoor gevoer word? - Die ontwerp word blootgestel aan evaluering om die voor- en nadele te belig. 'n Gebrek aan argumente impliseer dat die motivering vir die feite nie begryp word nie. Hierdie ontwerp vraag dien as 'n middel tot kreatiewe en kritiese denke.

Perkins (1985: 5) beweer dat die KAO-paradigma voordelig is vir die onderrig van denke om die volgende redes:

- (a) Dit dien as 'n riglyn vir die analiseer van beide konkrete voorwerpe en abstrakte idees of konsepte.
- (b) Dit fokus op kritiese denke deur middel van berekende argumente.
- (c) Dit fasiliteer die verkryging van abstrakte denke deur te werk van konkrete modelle af, deur dieper vlakke van ondersoek na abstrakte konsepte toe.
- (d) Dit dien as 'n strategie waardeur ander strategieë begryp kan word en voorsien sodoende aaneengeskakelde kennis.

#### 5.1.4 Ander relevante navorsing en sieninge oor die oorgang van die konkrete na die abstrakte

Hill et al. (1986: 38) het 'n drie-fase leersiklus ontwerp om klaskameronderrig te verbeter.

Die siklus se drie fases is onder andere:

- (a) Ontdekking - versameling van data;
- (b) Konsepsitvinding - verwerwing van 'n idee; en
- (c) Toepassing - verduideliking van 'n idee.

Ontdekkingsfase - begin met 'n konkrete aktiwiteit wat leerlinge kans gun om vertrouwd te raak met die konsep wat ontwikkel word voordat hierdie konsep bespreek, benoem of daaroor gelees word. Geen assimilasië vind plaas in hierdie fase nie.



Konseputvindingsfase – klaskamerbesprekings en ander aktiwiteite vind plaas om sodoende sin te gee aan data verkry in die ontdekkingsfase. 'n Konsep word benoem en leerlinge word aangemoedig om die konsep te gebruik wanneer hulle hul onder-vinding beskryf en bespreek. Assimilasie en akkomodasie vind nou plaas wat 'n nuwe toestand van ewilibrum tot gevolg het.

Toepassingsfase – leerlinge pas konsepte toe in nuwe situasies, terwyl uitbreiding en verfyning van die betekenis plaasvind.

'n Soortgelyke model as in Hill, et al. (1986: 40) is ontwerp deur Wilson (1976) en heet "The Wilson Diagnostic Model". Die model bestaan uit vyf fases:

- (a) Beginfase: gebruik van konkrete materiaal om probleme intuïtief op te los. Geen gebruik van simbole nie.
- (b) Abstrakte fase: neem leerling vanaf die konkrete, nl. illustrasies/prente na die abstrakte vlak, gebruik van simbole en toepaslike taal.
- (c) Skematiseringsfase: help leerlinge om nuwe reëls of konsepte in te pas by hul bestaande skemas en dit dus te koppel aan ooreenstemmende idees.
- (d) Konsolideringsfase: die oproep en gebruik van konsepte op 'n outomatiese en akkurate manier.
- (e) Oordragingsfase: herkenning en gebruik van konsepte in nuwe situasies.

Horisontale oordrag: impliseer 'n vergelykbare moeilikheidsgraad.

Vertikale oordrag: impliseer 'n verhoging in die moeilikheidsgraad.

'n Leersiklus sien, volgens Van Schoor (1989: 88), daar soos volg uit:

- (a) Ontdekkingsfase - dien die doel om nuwe kennis aan voorkennis te koppel. Die hoofdoel in hierdie fase is om uit te kom by 'n insig in abstrakte eenhede van informasie en om te begin soek na verwantskappe en onderliggende strukture.
- (b) Konsolideringsfase - het ten doel met die aaneenskakeling van bestaande en nuwe kennis.
- (c) Toetsingsfase - die doel is om vas te stel hoe die nuwe kennisstrukture in 'n bepaalde domein gebruik kan word, sowel as in ander verwante of nie-verwante domeine.

Prawat (1989: 7) stel drie strategieë voor wat onderwysers kan gebruik om aaneengeskakeldheid te bevorder:

- (a) Konkrete materiaal van 'n verskeidenheid soorte, so word geglo, speel 'n rol om 'n band te lê tussen sake en gebeurtenisse in die reële wêreld en 'n simboliese voorstelling daarvan.
- (b) Om eksplisiet die verband tussen konsepte en prosedures te onderrig.

(c) 'n Daadwerklike poging moet aangewend word om by leerlinge se informele kennis uit te kom. Hierdie strategie verteenwoordig 'n poging om 'n konneksie te maak tussen die onderwyser se vakkennis en die leerling se bestaande kennis vanuit hul onderskeie ervaringswêreldes en wat hulle tesame die klaskamer inbring.

So het Garbe (1985: 39) in 'n studie op graad ses-leerlinge bevind dat wiskundige terminologie "lewensvreemd" bly tensy definitiewe bemiddeling plaasvind. Hy kommentarieer soos volg:

" The students were asked to pronounce correctly and articulate the meaning of a selection of words found in their mathematics text. The results showed that students could pronounce common words and mathematical terms at 97 and 93 percent accuracy, respectively, but when it came to comprehension accuracy (i.e., being able to articulate the meaning), the results were 98 for common words and only 50 percent for the mathematical terms. The study also suggests that mathematical terms are not adequately discussed in the classroom."

Sy studie het ook bevind dat leerlinge 'n informele begrip van wiskunde op 'n vroeë ouderdom kan verkry, maar dat die skoolonderrig nie hierdie konsepsies verfyn nie.

Garbe (1985: 42) gee die volgende as moontlike voorstelle om die probleem aan te spreek:

1. Bepaal die wiskundebegrippe in elke standerd wat deur leerlinge bemeester moet word.
2. Evalueer aan die einde van die jaar of leerlinge die begrippe bemeester het. Gee die rekord deur aan die onderwyser in die volgende standerd.
3. Bepaal leerlinge se persepsie van 'n nuwe begrip alvorens dit aan leerlinge bekend gestel word.
4. Waar moontlik, gebruik die leerlinge se vorige ervaring met die begrip om sodoende betekenis in die wiskundekonteks te konstrueer.
5. Gebruik 'n nuwe wiskundebegrip deur dit duidelik neer te skryf, uit te spreek, en in die regte konteks te gebruik in verskillende voorbeelde. Leerlinge moet ook die begrip kan spel.
6. Onderwysers moet oplet vir woorde wat oënskynlik na aan mekaar verwant is. Sodanige woorde moet langs mekaar neergeskryf word, en die verskil in betekenis duidelik uitgewys word.
7. Hersien die woordeskat relevant vir die huidige jaar en kontrasteer dit met dié van vorige jare.
8. Woordeskatonderrig moet as deel van die natuurlike onderrig- en leerproses gesien word.

## HOOFSTUK 6

### 6.1 'N HEURISTIEK TEN OPSIGTE VAN BEGRIPSVORMING IN MEETKUNDE

#### 6.1.1 Oorsprong van die begrippe wat in die onderhoude gebruik is

By die nasien van eksterne vraestelle (matriek-meetskunde, tweede vraestel) waarby die skrywer al die afgelope vyf jaar betrokke is, en ook in die junior sekondêre fase kom dit na vore dat leerlinge selfs op dié stadium nog nie begrippe soos basis, toppunt, hoogte en hoogtelyn bemeester het nie. Die begrippe wat in die onderhoude gebruik is, is geïdentifiseer aan die hand van dié ervaring, asook dié van klasbesprekings en vakvergaderings.

#### 6.1.2 Die onderwyser

Die navorser is betrokke by die onderrig van wiskunde vir die afgelope tien jaar aan die Symphony Sekondêre Skool in Belhar, waar hy departementshoof is. Studieverlof is vanaf April 1994 aan hom toegestaan vir 'n tydperk van nege maande.

#### 6.1.3 Die leerlinge

Oorspronklik is onderhoude met nege leerlinge gevoer, in standers ses en sewe. Onderhoude is na skool gedoen. Reëlings moes daaglik met die leerlinge getref word om na skool te bly vir hierdie onderhoude. Aan die einde is besluit om twee meisies en twee seuns in standerd sewe te gebruik vir die onderhoude.

Hierdie leerlinge is deur die navorser en die vakonderwyser geselekteer deur slegs na die simbole op die puntelyste te kyk.

Die leerlinge is nie bekend aan die navorser nie, en het nog nooit wiskunde-onderrig by hom ontvang nie.

Aangesien die navorser met studieverlof was, moes toestemming van die prinsipaal gevra word om onderhoude met die leerlinge te voer.

#### 6.1.4 Uitvoer van die onderhoude

Twee onderhoude is eers met standerd ses-leerlinge gedoen as 'n proefsessie, maar die skrywer het gevoel dat standerd sewe-leerlinge beter vertrouwd behoort te wees met relevante wiskundige begrippe. Vraagsteller (V) en respondent (R) het langs mekaar gesit met die bandopnemer in so 'n posisie dat dit nie 'n obstruksie vir die respondent was nie. Potlood en liniaal is ook beskikbaar gestel en op die tafel neergesit. Gedurende die uitvoer van die onderhoude was die skool reeds verdaag. Aan leerlinge is verduidelik dat die onderhoude gevoer word as deel van 'n navorsingsprojek en dat hul name nie bekend gemaak sou word nie.

Die vier respondente se besonderhede is soos volg:

Naam	Geslag	Ouderdom	Wiskunde simbool
L.H	Manlik	14-jaar	E-simbool
C.G	Vroulik	15-jaar	D-simbool
R.M	Manlik	15-jaar	C-simbool
A.J	Vroulik	14-jaar	B-simbool

Die gestruktureerde vraelys het daar soos volg uitgesien:

6.1.5 Vraelys t.o.v. meetkunde-begrippe (sien Otterburn en  
Nicholson 1976: 18)

Hieronder verskyn 'n lys van begrippe wat in wiskunde gebruik word. Verduidelik hierdie begrippe se betekenis deur sketse, getalle, simbole of enige voorbeelde ter illustrasie te gebruik.

Begrippe:

1. Toppunt van driehoek.....  
.....
2. Basis.....  
.....
3. Hoogtelyn.....  
.....
4. Hoogte.....  
.....
5. Loodlyn.....  
.....

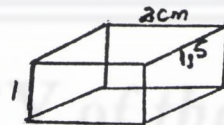
6. Hoeklyn.....  
.....

7. Skuinssy van 'n driehoek.....  
.....

8. Breedte.....  
.....

9. Supplimentêre hoeke.....  
.....

10. Watter lengte draad is gebruik om hierdie figuur te maak?  
.....  
.....



11. 'n Stuk draad, sestien meter lank, word in die vorm van 'n reghoek gebuig. Wat is die omtrek van die reghoek?

12. Die som van hoeke op 'n reguitlyn is gelyk aan  $180^\circ$ .



## 6.2 DIE ONDERRIG VAN DIE GEÏDENTIFISEERDE MEETKUNDE-BEGRIPE (DIE BEMIDDELINGSPROSES)

### 6.2.1 Inleiding

Die leerlinge werk in pare en maak gebruik van sewe kolletjies (volgens Kirkby 1986: 14), wat as hulpmiddel dien vir die daarstelling van 'n verskeidenheid meetkundige idees met betrekking tot onder andere ruimtelike voorstelling, visualisering, oriëntering, ens. Die basis van hierdie lesse maak sterk staat op die KAO-paradigma van Perkins (1986) waar 'n ontwerp, hier as meetkundige figuur of skets, dan moet voldoen aan die volgende vrae:

1. Wat is die doel?
2. Wat is die struktuur of bou/samestelling daarvan?
3. Is daar modelle?
4. Watter argumente kan daarvoor gevoer word?

Hierdie vrae hoef nie noodwendig in hierdie volgorde gevra te word ten opsigte van die meetkundige figure of hul komponente of dele nie. Terselfdertyd stimuleer die vrae die leerlinge dan ook tot kreatiewe denke.

Die vertrekpunt met die onderhoude is dus om te begin waar die leerlinge hulle bevind met betrekking tot hul woordeskat en voorkennis en dan te beweeg na dit wat in die wiskunde-domein verwag word. (sien Osborne en Freyberg 1985; Gagné 1966 en 1977; Polya 1965)

Hulpmiddels vir die onderskeie begrippe (toppunt, basis, hoogte en hoogtelyn) sluit ook groot uitknipsels van verskillende soorte driehoeke in wat as modelle dien ter verduideliking van bogenoemde begrippe ten einde hierdie abstrakte en tegniese terme te probeer konkretiseer. (sien Heddens 1986; Hill et al. 1986; Prawat 1989; Rademayer 1988)

Die doel van werkstukke A en B (Hill et al. se beginfase en Van Schoor se ontdekkingsfase) is bloot daar gestel met die doel om aan leerlinge te toon dat daar meer as een betekenisgebruik vir dieselfde begrip mag bestaan, en dat die betekenis van die begrip verander namate die konteks waarin dit gebruik word ook verander. (sien McDonald 1989) Die woordeboek bevat 'n algemene betekenis en 'n gedeeltelik vakspesifieke betekenis (hoogtelyn - loodregte lyn van die toppunt van 'n figuur na sy basis; VERTIKALE lyn van 'n driehoek). Die betekenis van die begrippe, soos byvoorbeeld basis, word nie deur die handboeke verduidelik nie. (Handboeke werk blykbaar met die veronderstelling dat onderwysers hierdie begrippe aan leerlinge sal verduidelik.)

Na elke werkstuk is die woordeskat wat daarin gebruik is, neergeskryf en hul wiskundige betekenis toegepaste met die leerlinge bespreek.

6.2.2 Werkstuk A

Hieronder verskyn 'n lys van begrippe wat in wiskunde gebruik word. Gebruik 'n woordeboek(e) en skryf dan die betekenis daaruit neer.

BEGRIPPE:

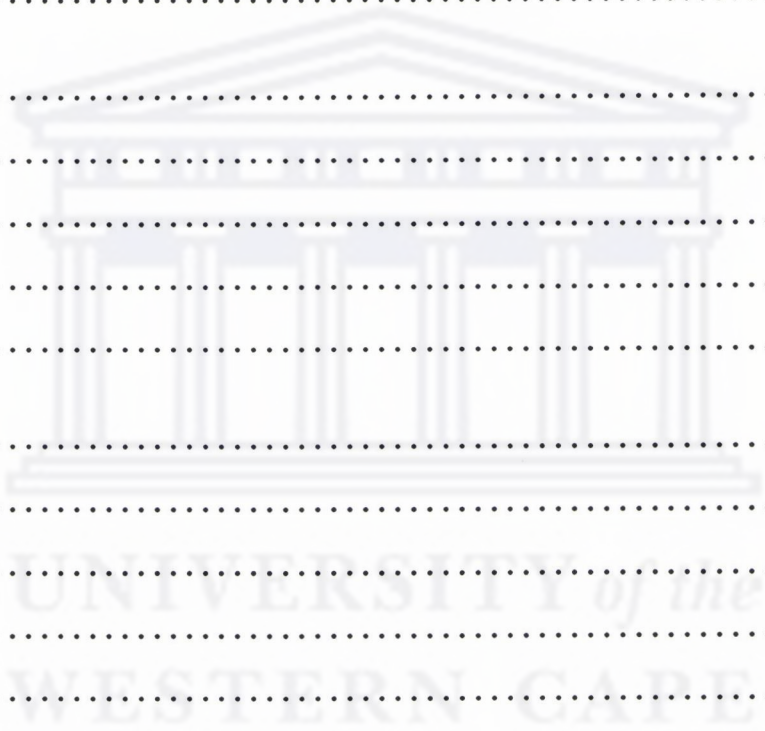
1. Toppunt.....  
.....  
.....  
.....  
.....
2. Basis.....  
.....  
.....  
.....  
.....
3. Hoogtelyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....
4. Hoogte.....  
.....  
.....

5. Loodlyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. Hoeklyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....

7. Skuinssy.....  
.....  
.....  
.....  
.....

8. Breedte.....  
.....  
.....  
.....  
.....



### 6.2.3 Werkstuk B

Hieronder verskyn 'n aantal begrippe wat in wiskunde gebruik word. Gebruik enige wiskundehandboek(e) en skryf dan die betekenis daaruit neer.

BEGRIPPE:

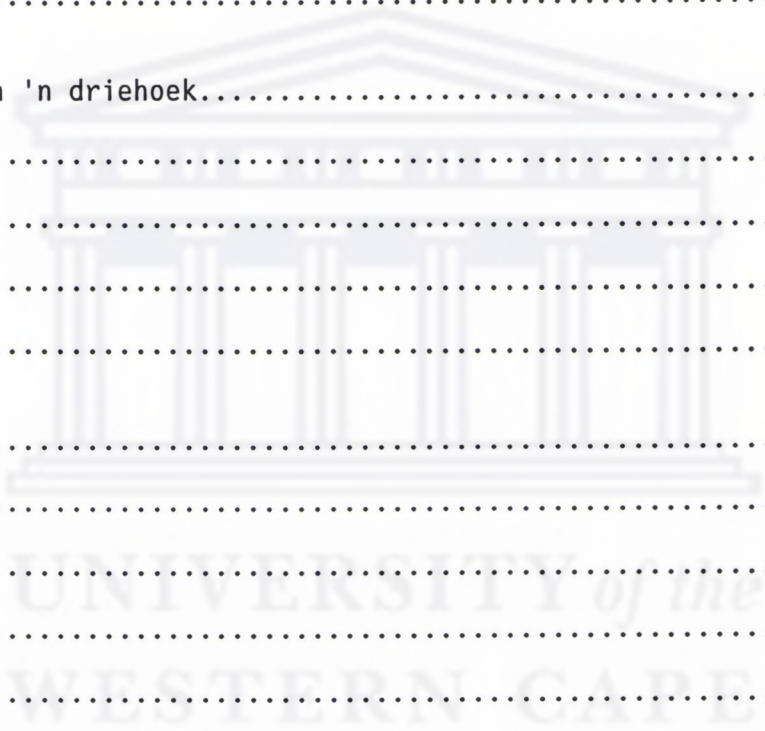
1. Toppunt van 'n driehoek.....  
.....  
.....  
.....  
.....
2. Basis.....  
.....  
.....  
.....  
.....
3. Hoogtelyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....
4. Hoogte.....  
.....  
.....

5. Loodlyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. Hoeklyn.....  
.....  
.....  
.....  
.....

7. Skuinssy van 'n driehoek.....  
.....  
.....  
.....  
.....

8. Breedte.....  
.....  
.....  
.....  
.....



#### 6.2.4 Die begrip basis

Benodigdhede: Potlood en liniaal/driehoek (elke leerling ontvang 'n meetkundestel).

Hieronder volg nou 'n paar aanhalings uit vier leerlinge se onderhoude oor hoe hulle die begrip basis verstaan, en waar hulle dit gehoor en teëgekomp het.

(a) ".....'n basis is amper soos 'n.....soos 'n hoof...'n hoofpunt van iets.....maar dit kan my dink aan iets wat..uh....onder is in iets...soos 'n box....'n basis....."

(b) " Basis..ek het al gehoor van basis...maar nie in wiskunde nie.....ek het al gehoor die mense by die huis praat van basis."

(c) "....Uh..uh die films dan gaan die vliegtuie terug na die basis.....die basis.....umm...dan verduidelik hulle dan sê hulle die basis is die onderste gedeelte van 'n lyn...dit moet reguit loop."

(d) ".....die onderste...die onderste, Meneer."

#### **EKSPERIMENT 1**

Ons gaan nou probeer om 'n wiskundige betekenis aan die begrip basis te gee deur julle idees uit die onderhoude as vertrekpunt te gebruik. Sekere terme soos "hoofpunt", "onder", "vliegtuie na die basis", "onderste gedeelte van 'n lyn...reguit" gaan ons nou as uitgangspunt gebruik vir die daarstelling van 'n wiskundige betekenis.

Opsommend uit die onderhoude vir 'n wiskundige betekenis kan ons nou sê dat 'n BASIS:

" Die eerste streep is wat getrek word. Dit word dus beskou as die beginstreep."

1	2	3	4
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.





Die blaaie wat gemerk is 146, bestaan uit 'n aantal reghoekige blokkies, met sewe kolletjies.

- (a) Kies enige drie kolletjies in die eerste drie reghoekige blokke genummer 1, 2 en 3. (Dit moet dieselfde kolletjies wees vir elke blok.)
- (b) Neem 'n potlood en liniaal en verbind enige twee kolletjies. Hierdie eerste streep wat ons nou getrek het, noem ons die basis.
- (c) Skryf die woord basis op hierdie streep neer.
- (d) Voltooi nou 'n driehoek.
- (e) Herhaal hierdie eksperiment 'n paar keer deur elke keer dieselfde grootte driehoek te teken, maar verander die rigting van jou eerste streep.
- (f) Beskryf nou jou basis in elke driehoek deur te sê of dit 1. horisontaal 2. vertikaal of 3. skuins is.
- (g) As jy dieselfde driehoek op verskillende wyses teken, hoeveel basisse kan 'n driehoek dan hê?
- (h) Is jou basis altyd aan die onderkant?

## EKSPERIMENT 2

Eksperiment 1 word nou ook vir vierhoeke herhaal, maar enige vier kolletjies word nou met mekaar verbind.

- (a) Hoeveel basisse sal enige vierhoek hê?
- (b) Beskryf nou jou basis in elke vierhoek deur te sê of dit 1. horisontaal 2. vertikaal of 3. skuins is.

### 6.2.5 Toppunt en tophoek

Gebruik weer bladsy 146 waarop jy in die vorige les die begrip basis behandel het.

1. Plaas jou vinger op die woord basis en beweeg jou potlood se punt tot in die middel van die basis.
2. Kyk dan na die kolletjie aan die teenoorgestelde kant/oorkant/anderkant van die basis in jou driehoek en plaas die potlood se punt op daardie kolletjie.
3. Hierdie punt van jou driehoek noem ons nou die TOPPUNT.
4. Is jou toppunt altyd bo?
5. Beskryf nou in jou eie woorde na aanleiding van hierdie aktiwiteit wat die toppunt van 'n driehoek is.
6. Benoem nou elke toppunt van al jou driehoeke met die letter T.
7. Die hoek wat gevorm word by jou toppunt noem ons nou die TOPHOEK.
8. Is jou tophoek altyd bo?
9. Beskryf in jou eie woorde na aanleiding van hierdie aktiwiteit wat 'n tophoek van 'n driehoek is.
10. Hoeveel tophoeke het 'n driehoek?

### 6.2.6 Hoogtelyn en hoogte

Bladsy 146 word in hierdie aktiwiteit gebruik.

'n Paar aanhalings uit leerlinge se onderhoude oor hoe hulle die begrippe hoogtelyn en hoogte verstaan:

- (a) " Hoogtelyn...laat my dink aan 'n lyn wat hoog sit....in die lug....kan op.....hoogte is op....."
- (b) " Hoogte is...bo..is op...hoe hoog iets is."
- (c) " Hoogte is net van onder...tot bo..."

In die driehoeke wat julle geteken het, gaan ons nou die begrippe hoogtelyn en hoogte behandel.

1. In elk van jou driehoeke, trek 'n aantal strepe met jou potlood en liniaal vanaf jou toppunt na jou basis.
2. Meet nou hierdie afstande en skryf dit op elk van die strepe neer.
3. Waar vind jy die kortste afstand?
4. Gebruik 'n gradeboog en meet die hoek wat die kortste streep met jou basis maak.
5. (Jou antwoord behoort min of meer negentig grade ( $90^\circ$ ) te wees).
6. Hierdie streep wat nou vanaf die toppunt T van jou driehoek met 'n hoek van negentig grade op jou basis getrek word, word die HOOGTELYN genoem.
7. Is jou hoogtelyne altyd vertikaal of opwaarts?
8. Hoeveel hoogtelyne kan in jou driehoeke getrek word?
9. Die afstand van hierdie hoogtelyne word die HOOGTE genoem op jou basis.
10. Hoeveel hoogtes kan in 'n driehoek bereken word?

**6.2.7 Die ontwerpvrage**

Die ontwerpe wat julle geteken het, gaan ons nou van naderby bekyk deur die volgende vrage daaroor te stel. Die eerste begrip is basis. Vrage wat oor die begrip basis gevra kan word, word deur middel van die volgende uiteensetting gegee:

1. Wat is die doel van jou basis?.....  
.....  
.....  
.....
2. Wat is die struktuur of bou/samestelling van jou basis/  
hoe lyk dit?.....  
.....  
.....  
.....
3. Watter modelle kan jy uitwys/Is daar enige modelle/voorbeelde?  
.....  
UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE  
.....  
.....
4. Watter argumente kan jy voer oor jou basis?.....  
.....  
.....

### 6.2.8 Die gebruik van 'n voorbeeld

Die ontwerpvrage wat daar gestel is, gaan nou deur middel van 'n voorbeeld gedemonstreer word. As voorbeeld word die VIKANT gebruik.

1. Wat is die doel? Vierkante word gebruik in die vorm van teëls in jou badkamer, en om mooi patrone op die muur te vorm; om 'n area te dek soos met die teëls in ons klaskamer.
2. Wat is die struktuur of bou/samestelling van 'n vierkant? 'n Vierkant bestaan uit vier sye wat ewe lank is. Dit is 'n vierhoek. Die omtrek ÷ hoeklyn in elke vierkant is altyd 'n konstante verhouding  $4 \div \sqrt{2}$ . As die sye van 'n vierkant  $x$  eenhede is, dan sal die hoeklyn altyd  $x\sqrt{2}$  wees. Elke binnehoek van 'n vierkant is  $90^\circ$ . Elke vierkant kan in twee ewe groot gelykbenige driehoeke verdeel word deur die teenoorstaande hoekpunte met 'n reguit streep te verbind.
3. Is daar modelle? 'n Teël wat jy saam skool-toe bring kan as 'n model dien, asook die teëls in die klaskamer, 'n koerant-uitknipsel of 'n vierkant wat jy visualiseer.
4. Watter argumente kan ons voer oor 'n vierkant? 'n Vierkant is 'n parallellogram. Waarom is 'n vierkant ook 'n spesiale tipe reghoek? Kan jy 'n stelling oor vierkante in dié verband maak?

### 6.2.9 Ruimtelike oriëntering

Die volgende vertrekpunt word gebruik ten opsigte van ruimtelike oriëntering. Die oriëntering word deur middel van die volgende diagramme geïllustreer.



Die volgende merkers word gebruik as verwysings:

- (a) \* dui jou posisie aan waar jy staan in die ruimte.
- (b) —> dui die rigting aan waarin jy kyk met die beskrywing langsaan.

A. Beskou nou die volgende oriëntering van die volgende kongruente driehoeke:



fig 1



fig 2

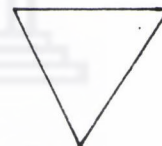


fig 3

- (a) Kies enige streep in elke driehoek en skryf die woord basis daarop neer. Die rigting waarin jy kyk, moet verskillend wees vir die onderskeie driehoeke.

Moontlike keuses as eerste streep kan die volgende wees:

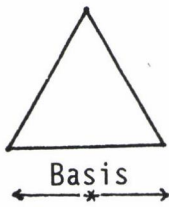


fig 1

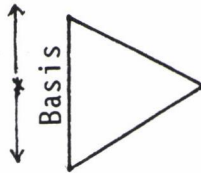


fig 2

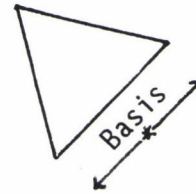


fig 3

B. Kyk nou na die hoekpunt aan die teenoorgestelde kant van elke basis in die onderskeie driehoeke. Jy sal oplet dat daar drie moontlike rigtings t.o.v. jou toppunte kan wees:

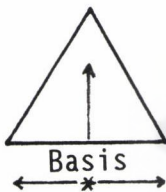


fig 1

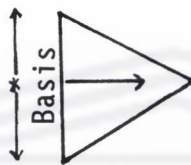


fig 2

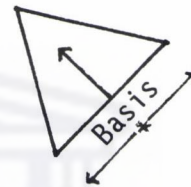


fig 3

- TOPPUNTE:**
- (a) Fig 1 bevat 'n vertikale toppunt ten opsigte van 'n horisontale basis.
  - (b) Fig 2 bevat 'n horisontale toppunt ten opsigte van 'n vertikale basis.
  - (c) Fig 3 bevat 'n toppunt wat skuins geleë is ten opsigte van 'n skuins basis.

- BASIS:**
- (a) Fig 1 bevat 'n horisontale basis met 'n vertikale toppunt.
  - (b) Fig 2 bevat 'n vertikale basis met 'n horisontale toppunt.
  - (c) Fig 3 bevat 'n skuins basis met 'n skuins toppunt.

C. Die volgende figure dui die oriëntering van jou hoogtelyne aan in die onderskeie driehoeke:

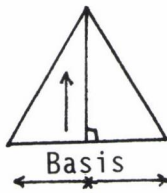


fig 1

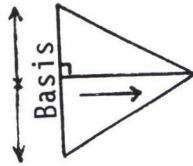


fig 2

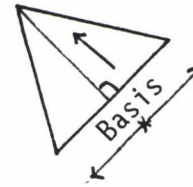
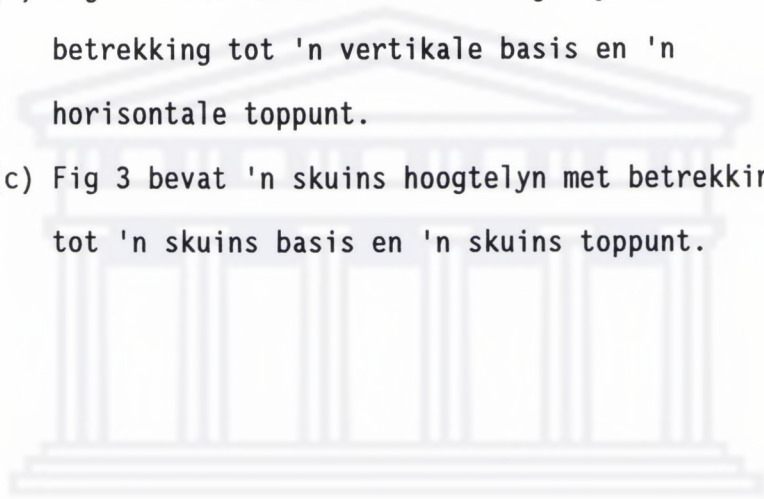


fig 3

- HOOGTELYNE:**
- (a) Fig 1 bevat 'n vertikale hoogtelyn met betrekking tot 'n horisontale basis en 'n vertikale toppunt.
  - (b) Fig 2 bevat 'n horisontale hoogtelyn met betrekking tot 'n vertikale basis en 'n horisontale toppunt.
  - (c) Fig 3 bevat 'n skuins hoogtelyn met betrekking tot 'n skuins basis en 'n skuins toppunt.



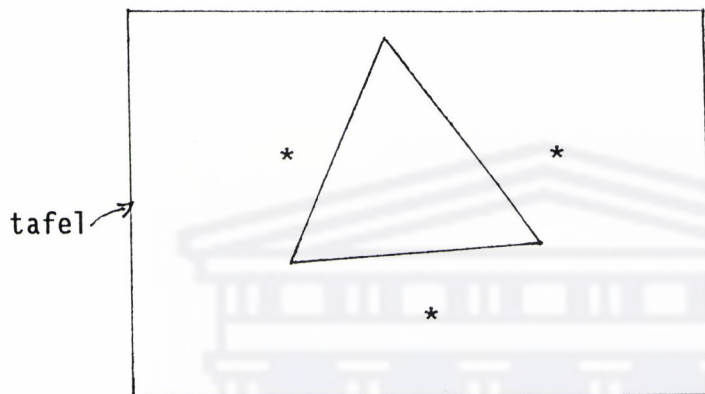
UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE



D. Hierdie oriënteringe vanaf A tot C word nou gedemonstreer deur die gebruik van groot uitknipsels van verskillende driehoeke waar dit geroteer word vanaf fig 1 tot fig 3.

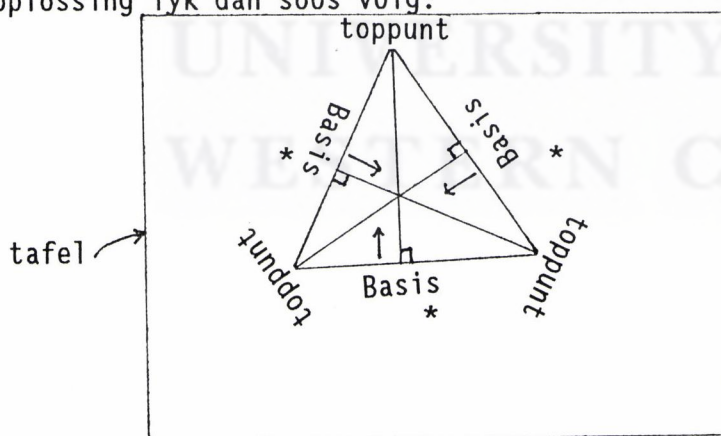
### DIE AKTIWITEIT

'n Groot uitknipsel van 'n driehoek word op die tafel neergesit waar drie leerlinge posisies inneem soos hieronder aangedui.



Leerlinge skryf nou die woorde basis en toppunt vanaf die posisie wat hulle beklee op die driehoek neer. Elke leerling vanuit sy posisie trek dan 'n hoogtelyn in die driehoek.

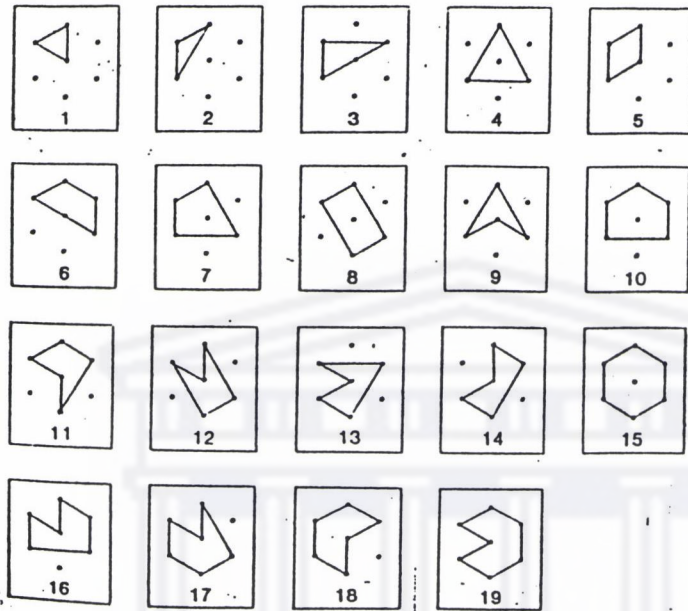
Die oplossing lyk dan soos volg:



### 6.3 AKTIWITEITE OOR HOEKE EN SYE

Hierdie onderrigproses, aangepas uit Kirkby (1986), sluit negentien figure in. Leerlinge sal in groepe van twee werk. In die eerste aktiwiteit kry leerlinge te doen met die verskillende soorte hoeke.

Diagram 1



**HOEKE:**

#### A. Sorteringsaktiwiteit

**GELYKE HOEKE.** Watter van die bostaande figure het:

- (a) alle hoeke verskillend?
- (b) twee, drie, vier, vyf, ses gelyke hoeke?

**REGTE HOEKE.** Watter van die bostaande figure bevat:

- (a) een regte hoek?
- (b) twee, drie, vier regte hoeke?

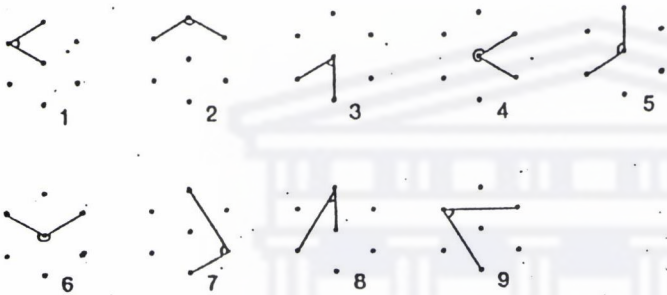
**ANDER TIPE HOEKE. Watter van die bostaande figure bevat:**

- (a) slegs skerp hoeke?
- (b) 'n stomphoek?
- (c) twee stomphoeke?
- (d) slegs stomphoeke?
- (e) 'n reflekse hoek?

**B. Hoeke tussen enige twee strepe.**

Ons aanvaar dat die som van die hoeke om 'n punt gelyk is aan drie honderd en sestig grade ( $360^\circ$ ).

Wat is die grootte van die hoeke tussen die volgende pare strepe?



**C. Hoeke van 'n veelhoek.**

Vanaf B hierbo kan die hoeke van die veelhoeke in diagram 1 nou bepaal word. Neem as byvoorbeeld die vyf vierhoeke:

Vorm	Hoeke	Aantal binnehoeke	Aantal basisse
5	$60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$	4	4
6			
7			
8			
9			

Wat let jy op ten opsigte van die teenoorgestelde hoeke van die vorms 6, 7 en 8?

SYE:

### A. Sorteringsaktiwiteit

**GELYKE SYE.** Watter van die figure in diagram 1 het:

- (a) alle sye met verskillende lengtes?
- (b) twee, drie, vier, vyf, ses gelyke sye?

**EWYDIGE SYE** (soos treinspore). Watter van die figure in diagram 1 het:

- (a) een paar
- (b) twee paar
- (c) drie paar ewydidige sye ?

**LOODREGTE SYE.** Watter van die figure in diagram 1 het 'n paar loodregte sye?

### B. Lengte van sye

Drie verskillende lengtes van sye bestaan, maar nie noodwendig in die volgende oriëntasie nie:



Laat die afstand tussen twee aanliggende kolletjies een eenheid (1 eenheid) wees.

Dan lengte van lynstuk (1) is 1 eenheid.

lengte van lynstuk (2) is....eenhede.

en, d.m.v. Pythagoras

lengte van lynstuk (3) is....eenhede.

Die lengtes van die sye van elke veelhoek in diagram 1 kan nou neergestip word. Neem byvoorbeeld die vier driehoeke en:

Voltooi:

Vorm	Sye	Aantal hoeke	Aantal basisse	Omtrek
1	1,1,1	3		3
2				
3				
4				

As die lengtes van die sye van elke figuur nou getabuleer is, Watter figure se sye is almal ewe lank?

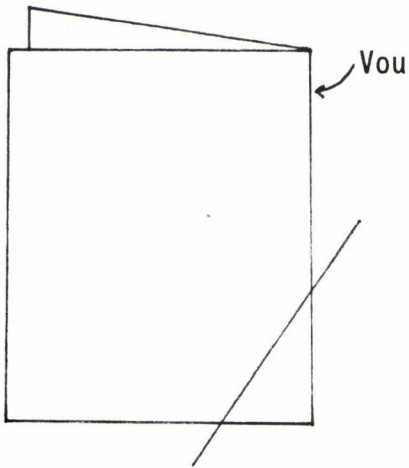
Watter figure se sye is van verskillende lengtes?

Watter figure het (a) die grootste omtrek?

(b) die kleinste omtrek?

Watter figure het gelyke omtreкке?

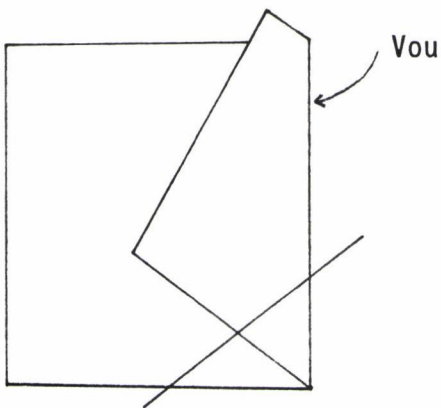
#### 6.4 WERKSTUK C



Vou 'n vierkantige of reghoekige stuk papier in die middel, soos hier langsaan aangedui. Trek 'n reguitlyn oor die een hoek. (Druk hard met jou potlood of pen) Vou nou die papier oop en beantwoord dan die volgende vrae (of knip hierdie hoek uit).

- (a) Wat is die vorm van jou tekening (of uitknipsel)?
- (b) Uit hoeveel figure bestaan dit?
- (c) Is jou figure simmetries?
- (d) Hoeveel lyne van simmetrie het dit?
- (e) Wat kan jy sê van die pare hoeke aan die teenoorgestelde kante van die vou?
- (f) Is daar pare gelyke hoeke aan die teenoorgestelde kante van die vou?
- (g) Watter tipe hoeke vorm jou vou met die onderkant van jou papier?
- (h) Watter naam kan ons nou gee aan hierdie simmetrie-lyn na aanleiding van die antwoord in (g)? (Raadpleeg jou vorige lesse indien jy onseker is).
- (i) Teken nou 'n ruwe skets en wys met geskikte merkers alles wat in jou tekening waar is.

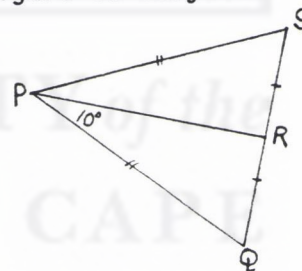
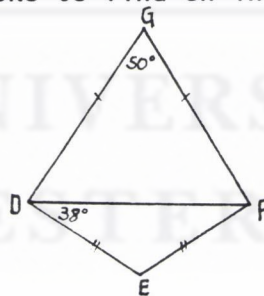
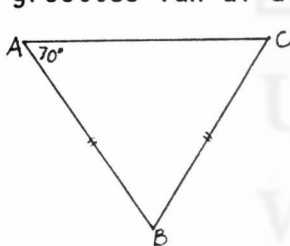
### 6.5 WERKSTUK D



Vou die vierkantige of reghoekige stuk papier soos hier langsaan aangedui. (Nie in die middel nie). Trek dan 'n reguitlyn oor die een hoek. Vou die papier oop en beantwoord die volgende vrae:

- Wat is die vorm van jou tekening?
- Uit hoeveel figure bestaan dit?
- Is jou figure simmetries?
- Is daar pare gelyke hoeke aan die teenoorgestelde kante van die vou?
- Is daar pare gelyke lyne aan die teenoorgestelde kante van die vou?
- Doen die voulyn iets besonder?

Teken die volgende figure en gebruik dan die idees wat jy in hierdie werkstuk geleer het, en ook enige voorkennis, om die groottes van al die hoeke te vind en in die figure te skryf:

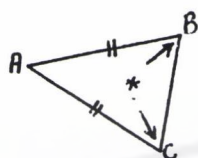
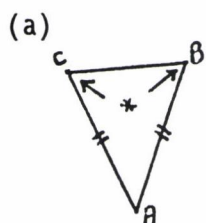


Woordeskat:

- Teenoorgestelde kant.
- Simmetries.
- Hoeke.
- Merkers.

In WERKSTUK 1 het julle die eienskappe van 'n gelykbenige driehoek op 'n intuitiewe manier ontdek. Ons het spesiaal hierdie driehoek gekies omdat dit die belangrike begrippe soos basis, basishoeke, hoogtelyne en hoogte insluit. 'n Gelykbenige driehoek is 'n driehoek waarvan enige van die twee sye ewe lank is.

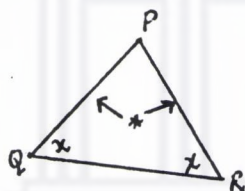
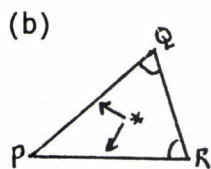
Die eienskappe van 'n gelykbenige driehoek is:



1. Wanneer twee sye van 'n driehoek ewe lank is, (aangedui met merkers =) dan is die hoeke teenoor (aangedui met  $\rightarrow$ ) hierdie sye ook ewe groot.

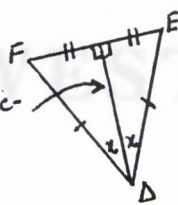
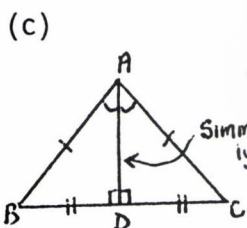
2. Hierdie hoeke teenoor die gelyke sye word dan die basishoeke genoem. (Let op, hierdie hoeke hoef nie noodwendig onder te wees nie).

Simbolies: Wanneer  $AB = AC$   
dan is  $\hat{B} = \hat{C}$



1. Wanneer enige twee hoeke van 'n driehoek ewe groot is, (aangedui met bogies en x onderskeidelik) dan sal die sye teenoor hierdie hoeke ook ewe lank wees. (aangedui met  $\rightarrow$ )

Simbolies: Wanneer  $\hat{Q} = \hat{R}$ ,  
dan is  $PQ = PR$



1. Die simmetrie-lyn van 'n gelykbenige driehoek is 'n loodregte halveerlyn van die basis. Dit halveer ook die tophoek. (Let op, die tophoek hoef nie noodwendig bo te wees nie).

Woordeskat:

(a) Gelykbenig.

(b) Basishoeke.

(c) Basis.

(d) Tophoek.

(e) Loodreg.

(f) Halveer.



## ONDERHOUD 1

### VRAAGSTELLER (V)

RESPONDENT (R) [C.G], 7f, vroulik, 15 jaar, D-simbool

#### VRAAG 1

- [1] V. Ok..
- [2] R. (Lees)...Uh..moet ek nou die...moet ek.....nou sê wat is 'n toppunt van 'n driehoek...(sug)...is uh..uh..mens kan mos nie die driehoek....kan nie sonder toppunt wees nie.
- [3] V. Umm...
- [4] R. Dit is....uh...uh..moet ek dit nou teken?
- [5] V. Ja...
- [6] R. (Tekening)...toppunt.....daai is nou die toppunt van die driehoek (wys met potlood na die kolletjie in skets).
- ^
- [7] V. Ok..hoeveel toppunte het 'n driehoek?
- [8] R...Uh..(lag)...hoeveel punte...het die hele driehoek....is dit nie drie....drie..drie toppunte?
- [9] V. Waaraan laat die woord toppunt jou dink?
- [10] R. Uh..toppunt..top (sê dit saggies)...laat my aan hoog dink...
- [11] V. Umm....hoog?
- [12] R. Dus altyd bo....top.
- [13a] V. Ok.

## VRAAG 2

- [13] R. Basis....wat is 'n basis? (vra dit met 'n trek op haar gesig).
- [14] V. Sê vir my...
- [15] R. Basis...ek het al gehoor van basis...maar nie in wiskunde nie.
- [16] V. Nie in wiskunde!
- [17] R...Ek is ook nie seker...
- [18] V. Maar waar het jy al daaromtrent gehoor?
- [19] R. Ek het al gehoor die mense by die huis praat van basis.
- [20] V. Umm...
- [21] R. Maar wat is dit eindelijk.....? (kyk in die lug op)
- [22] V. Het jy 'n idee wat dit is?
- [23] R. Geen idee nie (skud haar kop en lag).

## VRAAG 3

- [24] V. En hoogtelyn?
- [25] R. Hoogtelyn.....is dit nie....uh..uh...miskien 'n reguitlyn nie....of 'n lyn.....hoogtelyn.....kom dit voor in wiskunde ook?
- [26] V. Waar dink jy kom dit voor?
- [27] R. Hoogtelyn.....waar kom dit voor....? (kyk na plafon)
- [28] V. Het jy die woord al teëgekomp?
- [29] R....Het nog nie hoogtelyn teëgekomp nie (skud haar kop).



- [42] V. So..dit wat jy daar geteken het..is 'n reguitlyn?
- [43] R. (Lag)..het dit geteken met my vrye hand!
- [44] V. Wat nog?
- [45] R. Ek dink.....ek is nie seker nie..maar ek gaan maar sê...ek dink laasjaar het ons geleer van loodlyn...dus..uh stippellyne....wat 'n reguitlyn vorm....soos ek nou dink.
- [46] V. In watter afdeling?
- [47] R. In meetkunde gewees....'n loodlyn.
- [48] V. Ok.

### VRAAG 6

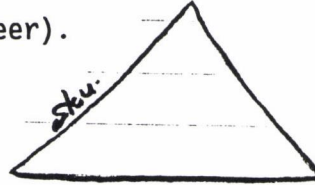
- [49] R...'n Hoeklyn...'n hoeklyn ek gaan nou teken wat 'n hoeklyn is...ek is baie dom in wiskunde (lag en skud haar kop).
- [50] V. Ek ook...
- [51] R. Ek dink is so (teken).....dus mos nou loodreg...wat gaan die hoeklyn wees....gaan dit nie iets soos die wees nie ek dink dis so..soos ek nou dink....daar....waar ek.....(wys met potlood na kolletjie op blaaie).



- [52] V. Daar waar jy die kolletjie maak?
- [53] R. Daar waar ek die kolletjie maak is die hoeklyn.
- [54] V. Maak dit groter vir my.
- [55] R. So en so...is hier en daar (dui die bogies aan op die skets).

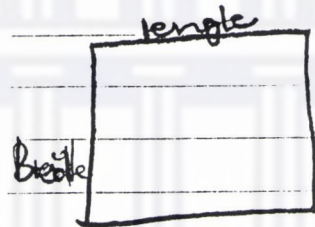
**VRAAG 7**

- [56] R. Skuinssy van 'n driehoek...is...moet ek net een skuinssy teken...sê maar nou die is nou die driehoek (sy skets 'n driehoek).....ek skryf baie lelik....dan is die mos die skuinslyn...aan weerskante van die driehoek (sy skryf die woord skuins op die driehoek neer).

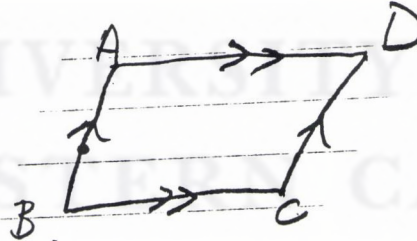


**VRAAG 8**

- [57] R. Breedte...ek weet wat is breedte...sê nou maar die is 'n dingis...uh...ek teken nou hierdie blok...dan is die nou die lengte....soos ons dit geleer het.....en die is die breedte (sy verwys na haar skets).



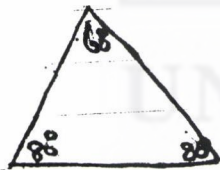
- [58] V. Umm...ek teken nou 'n parallelogram hier langsaan..... ABCD....wat is die breedte...of hoe sal jy maak om die breedte te kry?



- [59] R...Die breedte.....dié is nou die breedte.....  
[60] V. Wat is die naam van die breedte...van daardie gedeelte waar jy die kolletjie gemaak het?  
[61] R. AB en DC is die breedte...

## VRAAG 9

- [62] R. Supplementêr...(raak opgewonde)...ek weet ons het dit laasjaar in standerd ses gedoen by juffrou V.....en komplimentêr...
- [63] V. Waaraan laat dit jou dink?
- [64] R. Supplementêr.....Juffrou het laasjaar daai gesê..... ek weet nie of dit regoorstaande...um..hoeke is nie, Meneer ....maar ek dink....dit is regoorstaande hoeke...
- [65] V. Is dit regoorstaande hoeke?
- [66] R. Regoorstaande hoeke..ja.
- [67] V. Waar kry 'n mens regoorstaande hoeke?
- [68] R. Sê...hoe bedoel, Meneer?
- [69] V. So supplementêre hoeke is regoorstaande hoeke?
- [70] R.....Dit is nou regoorstaande hoeke soos ek nou dink..... is nou regoorstaande hoeke.
- [71] V. Maak vir my 'n sketsie dat ek kan sien.
- [72] R. (Teken 'n driehoek).....ek het nou blank geslat (lag).



- [73] V. Ek ook somtyds.
- [74] R.....Sê nou ek teken nou so.....sê nou dié is tagtig grade en dié is tagtig grade...sê daai is miskien neën...sê sestig grade...as die...as die soos ek dit nou sal uitwerk..Meneer.
- [75] V. Ja.

[76] R. As die twee gelyk is aan mekaar is dit regoorstaande hoek (sy verwys na  $80^\circ$  en  $80^\circ$ ).

[77] V. Umm...sê jy  $80^\circ$  en  $80^\circ$  is die regoorstaande hoeke..ons wil werk met supplementêre hoeke...en supplementêre hoeke..is dit dieselfde?

[78] R....Soos ek nou sê is dit dieselfde (lag).

### VRAAG 11

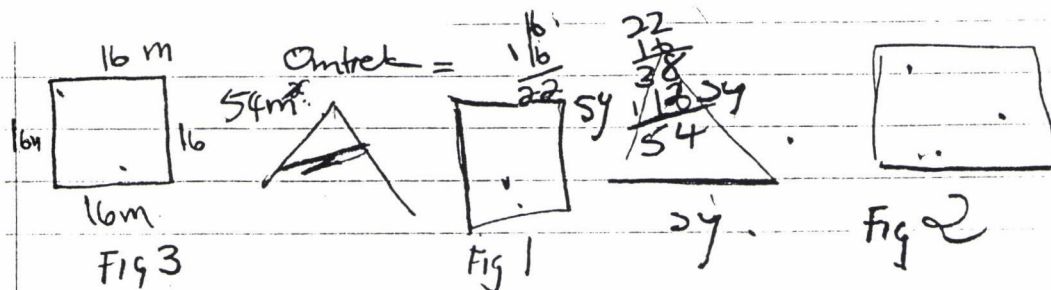
[79] R. (Lees teks hardop)....uh..(diep sug)...omtrek is mos... nee...ek kan onthou mos ons het...wanneer..het ons....aan die begin van die jaar...dié jaar het ons iets gedoen van omtrek by die hersiening.

[80] V. Umm.

[81] R. Maar hoe kry jy nou die omtrek...is dit nie lengte maal breedte...maal sy..sye maal breedte...nee...maal die dikte...lengte maal breedte....ok is miskien sy maal sy..(skryf op die blaaie soos sy praat)....sy maal sy maal sy...is die omtrek van die driehoek....soos ek nou dink.

[82] V. Umm.

[83] R....Soos ek nou dink...moet ek nou uitwerk? (sy skets fig 1 en fig 2)..is dié nou die reghoek die lange...of die een...? (verwys na fig 1 en fig 2).



- [84] V. Wil jy weet of fig 1 of fig 2 die reghoek is. Sê vir my ek wil ook weet?
- [85] R. (Sug en lag)..is nou...ek weet daar is 'n eienskap wat een van die twee s'n is albei sye is ewe lank..is dit nou die vierkant of is dit nou die reghoek.....is mos nou.....al vier sye is ewe lank is mos nou die reghoek soos ek nou dink.....(lees weer die teks)..so dan....dié is sestien en dié is sestien (skryf op fig 3).
- [86] V. Wat is die omtrek?
- [87] R. As 'n mens die omtrek wil kry...dan...is dit plus né... ja..dan is dit plus die sye...is mos sestien plus...(tel saggies op)....oe..dis dan vyf en veertig, Meneer (maar skryf  $54m^2$ , en trek weer die 2 deur).
- [88] V. Vyf en veertig meter....
- [89] R. Moet dit nie vierkant..of..ek het gedink daar moet so iets kom....los dit maar so (verwys na die 2 bokant die "m")
- [90] V. Ok.

#### VRAAG 12

- [91] R. (Lees teks).
- [92] V. Ek wil sien .....
- [93] R. (Lees weer hardop)...(en teken).....die is mos nou die reguitlyn....die som van die hoeke op 'n reguitlyn is gelyk aan  $180^\circ$ ...moet ek sê...sê nou die is die reguitlyn, dan moet daar mos 'n hoek ook wees.





- [94] V. Umm...
- [95] R...Want die som van die hoek is gelyk aan  $180^\circ$ ...is die nie daar in die middel..moet die hoek gelyk aan  $180^\circ$  wees.
- [96] V. Moet die hoek bo op die reguitlyn lê?
- [97] R. Hoe bedoel Meneer nou?
- [98] V. Hulle sê..som van hoeke op 'n reguitlyn is gelyk aan  $180^\circ$ .
- [99] R. Bedoel Meneer of dit nou altyd so wees?
- [100] V. In....
- [101] R. Nee Meneer...kan ook onder die lyn wees....kan dit nie onder wees nie?
- [102] V. Goed..dankie.



## ANALISERING VAN ONDERHOUD 1

### KOGNITIEWE TEKORTKOMINGE

[2] en [4] Die leerling lees nie die instruksies deeglik deur voordat die begrippe geanaliseer word nie ("moet ek nou sê wat is 'n toppunt van 'n driehoek").

[6] Sy teken slegs 'n hoek wat na bo wys maar benoem dit nie, vandaar die verwysing na die kol in die skets. Aangesien 'n driehoek uit drie hoekpunte bestaan, lei sy af dat daar drie toppunte moet wees, maar is ook nie seker van haar antwoord nie.

[15] en [19] Gebrek aan oordrag van kennis na die wiskunde-konteks, veral dié in haar vroeëre sosialisering by die huis.

[25] Leerling is vaag oor die beskrywing van die begrip hoogtelyn.

[37] Die sentrale idees kom nie na vore nie, 'n gebrek aan relevante data om 'n wiskundige definisie daar te stel.

[41] en [45] Beperkte wiskundige verduideliking wat vaag is.

[51] en [53] Onvermoë om haarself uit te druk en aanvaar dat die vraagsteller haar verstaan.

[55] Gebrek aan benoeming en die woorde om dit te beskryf.

[57] en [59] Algemene standaardvorm word gegee met 'n gebrek aan verbale vaardighede om hierdie begrip te beskryf.

[72] Impulsief en dink nie voordat sy teken nie.

[74] Presiesheid en akkuraatheid ontbreek en geen monitering vind plaas nie. Geen toetsing vind plaas nie, vandaar die som van haar binnehoeke wat 'n totaal van  $220^\circ$  is. Geen reflektiewe denke dus.

[77] Alhoewel die vraagsteller daarop dui dat ons nie met regoorstaande hoeke werk nie, glo sy steeds dat dit dieselfde begrip of sinoniem aan supplementêr is.

[79] Die begrip omtrek is in haar langtermyngeheue. Die oproep van voorkennis kom nie dadelik na vore nie.

[80] Onvermoë om die relevante data te selekteer.

[85] Sy kontroleer nie haar totale lengte reg om die figuur wat sestien moet wees nie. 'n Gebrek aan reflektiewe denke.

[87] Gebrek aan presiesheid van kommunikasie van haar data, vandaar "vyf en veertig, Meneer" maar sy skryf 54m<sup>2</sup>.

[95] Gebrek aan definiëring van die probleem. Die kernidees ontbreek. Slegs sekere komponente van haar teks kom voor in die skets.

#### **BETEKENISTOEPASSING**

[10] en [12] Sy assosieer die woord toppunt met "top" van iets wat "bo" en "hoog" vir haar impliseer.

[31] "Hoog" en "groot" is twee aparte begrippe, dus 'n gebrek aan vergelykingsvermoë en ook 'n denkstruktuur wat eng is.

[35] Sy het 'n skema dat "hoog" en "top" dieselfde begrippe is, vandaar dieselfde voorstelling as [6].

[56] Omdat 'n driehoek drie sye het, aanvaar sy dat daar ook drie skuinssye moet wees, vandaar die gebruik van die woord skuinslyn.

[85] Sy verwar die woord lank met die woord lengte, vandaar dat alle sye van haar figuur sestien is.

## WISKUNDE-INHOUD

[56] Die respondent assosieer 'n skuinssy met 'n lyn wat skuins geteken word. Sy ken nie die wiskundige betekenis nie. 'n Skuinssy is daardie sy teenoor die negentig grade hoek in 'n reghoekige driehoek.

[57] Die respondent skets 'n tipiese rigiede standaardvorm soos dié in die klaskamer behandel: "soos ons dit geleer het...."

[61] Omdat AB en DC korter is as AD en BC, aanvaar sy dat dit die breedte moet wees. Sy visualiseer dan 'n skets soos 'n reghoek in standaardvorm waar AB en CD die breedte sal wees. Die onttrekking van 'n verkeerde skema vind nou plaas.

[64] Die respondent gee 'n vae beskrywing met 'n gebrek aan vergelyking tussen regoorstaande en supplementêr.

Regoorstaande en supplementêr is twee aparte begrippe, alhoewel hulle baie na aan mekaar in die sillabus voorkom.

[74] Die respondent kontroleer nie haar berekeninge sodanig dat haar som van die binnehoeke gelyk aan  $180^\circ$  is en nie  $220^\circ$  nie.

[76] Verwar regoorstaande met gelyke basishoeke van 'n gelykbenige driehoek. Vir haar staan die hoeke regoor mekaar.

[81] Sy verwar omtrek met volume vandaar, "sy maal sy maal sy". Sy lees dan ook nie haar vraag met begrip nie, omdat sy eers 'n driehoek teken i.p.v 'n reghoek en dan sê: "sy maal sy maal sy.. ..is die omtrek van die driehoek."

[83] en [85] Gebrek aan hiërargiese klassifikasie van vierkante en reghoeke asook klasinsluiting en nie 'n besef dat albei parallelogramme is nie.

[87] Die respondent is impulsief in haar optelling en kry 'n verkeerde antwoord i.p.v 64 meter. Sy kontroleer dus nie haar berekeninge om te kyk of haar antwoord korrek is nie.

[89] Onvermoë om haar data in korrekte wiskunde-taal te verduidelik.



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

**ONDERHOUD 2**


**VRAAGSTELLER (V)**

**RESPONDENT (R) [R.M.], 7c, manlik, 15 jaar, C-simbool**

**VRAAG 1**

[1] R. Die toppunt van 'n driehoek is die tweede punt van 'n driehoekige driehoek...wat min of meer vyf en veertig grade is...

[2] V. Umm...teken vir my 'n sketsie.

[3] R....(Tekening).....

[4] V. Wat sal jy sê is die toppunt van die driehoek...kom ons benoem dit....hoeveel toppunte het 'n driehoek?

[5] R. Een..

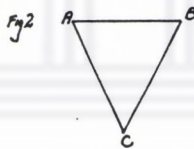
[6] V. Wat dink jy word bedoel met die toppunt van 'n driehoek?

[7] R. Is die boonste punt van die driehoek.

[8] V. Die boonste punt....kyk gou na fig 2...wat sal jy sê is die toppunt...of toppunte?

[9] R.....Is C.

[10] V...C...hoekom sê jy C ?



[11] R...Is die wat alleen staan.

[12] V. Uhh...waar moet hy staan..hoe moet hy staan om 'n toppunt genoem te word?

[13] R.....Hy moet alleenlik staan, Meneer, in die vorm van 'n onderstebo F...

[14] V..Onderste...

[15] R. Vee...V.

[16] V. Onderstebo V...ok.

## VRAAG 2

- [17] V. Basis..
- [18] R.....Die basis is soos byvoorbeeld...fig 2....AB is 'n reguitlyn.
- [19] V. Umm...en BC.....is dit 'n basis?
- [20] R.....Nee, Meneer.
- [21] V. Nou hoekom sê jy BC kan nie 'n basis wees nie?
- [22] R. Want BC loop skuins en 'n basis loop reguit.
- [23] V. Umm, waaraan laat die woord basis jou dink?
- [24] R.....(kap met potlood op tafel).
- [25] V. Waar het jy die woord basis gehoor?
- [26] R. In films.
- [27] V. In films...wat sê hulle daar?
- [28] R....Uh..uh die films dan gaan die vliegtuie terug na die basis.
- [29] V. En in wiskunde?
- [30] R. Die basis...umm...dan verduidelik hulle dan sê hulle die basis is die onderste gedeelte van 'n lyn...dit moet reguit loop.

## VRAAG 3

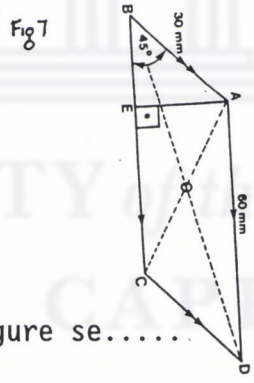
- [31] R....(Stil)...
- [32] V. Waaraan dink jy nou?
- [33] R.....(Stil).
- [34] V. Hy jy al die woord gehoor?
- [35] R.....(Sug).....

- [36] V. Kan 'n mens aflei wat die woord beteken?
- [37] R. Ja...is 'n ding wat in die hoogte is....wat in die hoogte in staan.....

**VRAAG 4**

- [38] R. Hoogte is....bo...is op...hoe hoog iets is.
- [39] V. Bo...so dit is...hoe sal jy vir jou broer verduidelik wat hoogte is?
- [40] R. Hoogte is hoe hoog iets is.....
- [41] V. Umm....soos waar?
- [42] R.....Soos die hoogte van 'n bank...
- [43] V. Hoe sal jy die hoogte bepaal van die bank?
- [44] R. Om dit te meet.
- [45] V. Te meet?
- [46] V. Kyk na fig 7...wat sal jy sê is die hoogte....van daardie figuur?

\*2. In die figuur is  $AD = 60$  mm,  $AB = 30$  mm en  $\angle ABE = 45^\circ$ .



- [47] R...60 mm.
- [48] V. Hoekom sê jy 60 mm is die hoogte?
- [49] R...Dit is uh.....
- [50] V. Waaraan dink jy nou?
- [51] R. Aan die naam van die hoeke...die figure se.....  
.....(stil).

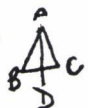
**VRAAG 5**

- [52] R. Loodlyn is 'n lyn wat.....loop...by 'n driehoek as 'n mens 'n loodlyn trek loop dit af....of..in die middel af vanaf die toppunt af.....



[53] V. Teken vir my 'n skets.

[54] R. (Teken).....



[55] V. Is dit al waaraan dit moet voldoen?

[56] R....(Stil).....

[57] V. Wat is die loodlyn daar (verwys na sy skets)?

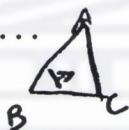
[58] R. D.....(stil).

### VRAAG 6

[59] R. Hoeklyn...dui die hoeke aan van 'n driehoek of 'n figuur.

[60] V. Umm..teken vir my 'n figuur.

[61] R...(Teken).....



[62] V. Wat is jou hoeklyn daar?

[63] R. (Wys met potlood na bogie in sy skets)...daar by B....

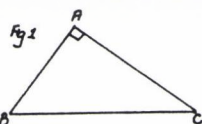
[64] V. Daar waar jy die kolletjie maak...

[65] R. Ja, Meneer..

### VRAAG 7

[66] R. Skuinssy van 'n driehoek is....as die driehoek ABC  
is...dan is AB en AC die...(verwys na vraag 6 se skets).....

[67] V. In fig 1...wat is die skuinssy van daardie driehoek?



[68] R. AC en AB..

[69] V. Hoekom sê jy hulle is die skuinssy?

[70] R. Want hulle loop skuins...

[71] V. Ok.

**VRAAG 8**

[72] R. Breedte....as jy 'n driehoek het, bepaal jy die breedte....moet jy meet vanaf een punt van die basis na die ander punt van die basis.....

[73] V. Wys vir my!

[74] R..(Teken).....



[75] V. So wat is....wat het jy daar gemaak? (verwys na sy skets)

[76] R. BC...aangedui is 10 millimeter is die breedte van die basislyn.

[77] V. Die breedte van die basislyn....waar het jy nog breedte gehoor?

[78] R. In die handwerkklas..

[79] V. En dan..?

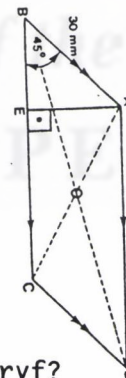
[80] R. Uh...breedte...(mompel)..

[81] V. Wys vir my die handwerk geval...

[82] R..(Teken).....



Fig 7




[83] V. Fig 7....wat sal jy sê is die breedte daar?

[84] R. Breedte is...hoek B na A.....dit is 30 mm....

[85] V. Hoe sal jy in woorde vir iemand "breedte" beskryf?

[86] R. Breedte is hoe dik die figuur is....of die ding waarnatoe na verwys.

### VRAAG 9

- [87] R....(Stil).....
- [88] V. Het jy al van supplementêre hoeke gehoor?
- [89] R. Ja....
- [90] V. Waar?
- [91] R. In standerd ses.....
- [92] V. Uh...waaraan laat dit jou dink?
- [93] R. Dit is..hoek wat..uh bygevoeg word...aan ander hoeke.
- [94] V. Bygevoeg word aan ander hoeke?
- [95] R. Ja....
- [96] V. Wys vir my so 'n voorbeeld.
- [97] R..(Teken).....
- 
- [98] V. Wat is die supplementêre hoeke daar? (verwys na sy skets).
- [99] R. Hoek CD.
- [100] V. Uh..hoek CD....
- [101] R....Hoek AC...ACD...
- [102] V. Is hy die supplementêre hoek...wat beteken die woorde supplementêre hoeke?
- [103] R. Bygevoegde hoek.....

### VRAAG 10

- [104] R.....(Stil).
- [105] V. Waaraan dink jy nou?
- [106] R. Hoe om die som uit te werk (skuif rond op stoel en kap

met potlood op tafel).

[107] V. Nou sê nou vir my wat wil jy doen met dit waarna jy jou potlood wys.....

[108] R. Optel...

[109] V. Watter lengte draad is gebruik om die figuur te maak?

[110] R. Dit verstaan ek nie.....

[111] V. Weet jy hoe om te maak om die antwoord te kry?

[112] R. Nee, Meneer....

[113] V. Dankie.

### VRAAG 11

[114] R. (Lees saggies).....

[115] V. Waaraan dink jy nou?

[116] R. Hoe om die som uit te werk.....

[117] V. Wat pla jou van die som?

[118] R.....Om die omtrek te bepaal.

[119] V. Wat word bedoel met omtrek?

[120] R. Umm...die hele figuur regom.....

[121] V. Umm.....regom?

[122] R.....(Sug).....

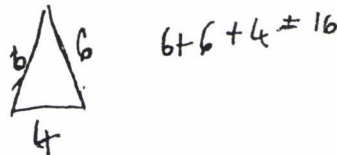
[123] V. Teken vir my wat jy sien..

[124] R. (Teken)..... en skryf.. $6 + 6 + 4 = 16$

[125] V. Wat is sestien?

[126] R. Omtrek..

[127] V. Maar watter figuur het jy daar geteken?



[128] R. Driehoek.....

**VRAAG 12**

[129] V. Maak vir my 'n voorstelling van dit wat hulle daar sê in vraag 12.

[130] R. (Tekening).....  $180^\circ$   
fig 1

[131] V. Is dit al...kan jy vir my nog 'n voorstelling maak...?

[132] R....(Skets fig 2).....  
 $180^\circ$  Fig 2

[133] V. Wat word bedoel met som van hoeke op 'n reguitlyn.....  
beteken dit dat die hoeke bo-op die reguitlyn lê...kan dit ook onder die reguitlyn lê?

[134] R. Nee, Meneer.....

[135] V. Umm..dankie.



## ANALISERING VAN ONDERHOUD 2

### KOGNITIEWE TEKORTKOMINGE

[1] Hy is eng in sy denke en beperk hom tot 'n enkele geval. Hy veralgemeen, daarom die uitdrukking "wat min of meer vyf en veertig grade is." 'n Gebrek aan presiesheid en akkuraatheid in sy respons lei tot die gebruik van die woorde "tweede punt van 'n driehoekige driehoek." Die leerling is vaag in sy verduideliking.

[11] en [13] Die respondent is eng in sy denke vandaar dat hy toppunt beskryf as "..die punt wat alleen staan."

[13] Sy skema van 'n toppunt is die van 'n "onderstebo V", 'n gebrek aan ruimtelike oriëntasie. Al skema wat hy besit, is hierdie vorm " $\wedge$ " vir 'n toppunt.

[22] en [30] As gevolg van 'n vae begrip van die woord reguitlyn beskryf hy die basis as iets wat reguit loop, 'n horisontale skema..."basis is die onderste gedeelte van 'n lyn...dit moet reguit loop."

[37] Onvermoë om die begrip hoogtelyn te definieer lei tot die uitspraak "...is 'n ding wat in die hoogte is." Hy probeer dus 'n algemene betekenis daaraan heg.

[47] Onbeplande, impulsiewe en onsistematiese benadering of ondersoek-instelling lei tot die antwoord 60 mm. Dit stel volgens sy skema 'n hoogte voor want die sy van die figuur wys "op".

[58] 'n Onvermoë om data te kommunikeer lei tot afsluiting in sy denke.

[59] Onvermoë om meetkundige figure en hul eienskappe te klassifiseer. Hoeklyne kom veral voor by vierhoeke.

[68] en [70] Leerling assosieer skuins met dit wat nie horisontaal of vertikaal is nie. In wiskunde word skuinssy slegs geassosieer met 'n reghoekige driehoek. Die leerling kan dus nie die relevante data van die irrelevante data skei nie. 'n Gebrek aan presiesheid ontbreek en hy gee dan 'n algemene betekenis aan die woord "skuinssy".

[123] en [124] Die analisering van sy data wat impulsief en nie planmatig is nie, lei daartoe dat hy die omtrek van 'n gelykbenige driehoek bepaal i.p.v 'n reghoek. Die respondent lees dus nie sy vraag met begrip nie.

#### **BETEKENISTOEPASSING**

[5] Die woorddeel top in toppunt dui vir die respondent aan dat daar net een toppunt kan wees. Hy assosieer die toppunt met die "boonste" punt van 'n driehoek.

[7] Toppunt word geassosieer met iets wat "bo" is.

[38] Hoogte word as "bo" en "op" beskryf.

[52] Loodlyn word as "af" of vertikaal beskryf.

## WISKUNDE-INHOUD

[14] en [16] 'n Gebrekkige definiëring van die wiskundige begrip toppunt en die tekortkominge van 'n onvoldoende woordeskat om dit te beskryf, lei tot 'n veralgemening. Nie alle toppunte is in die vorm van 'n "onderstebo V nie".

[22] 'n Gebrek aan ruimtelike oriëntering ten opsigte van meetkundige konsepte lei daartoe dat die respondent 'n reguitlyn assosieer met iets wat horisontaal is.

[30] As gevolg van 'n impulsiewe en vae beskrywing noem hy dat 'n "basis die onderste gedeelte van 'n lyn is...dit moet reguit loop". Sy oriëntering van begrippe is bloot dit wat "bo" is en dit wat "onder" is.

[37] As gevolg van 'n gebrekkige wiskundige definisie en die korrekte terminologie om dit te beskryf, noem hy 'n hoogtelyn "...'n ding wat in die hoogte is...wat in die hoogte in staan." Hy is nie daarvan bewus dat die hoogtelyn 'n lyn is wat getrek word vanaf die toppunt van 'n driehoek loodreg op die basis.

[38] Die respondent is nie in besit van 'n wiskundige definisie vir "hoogte" nie. Hy is net beperk tot vertikaal of "bo". Hy beseef dus nie dat die hoogte bloot 'n afstand is, en nie 'n lyn wat getrek moet word nie.


[52] Sy definiëring is slegs beperk tot "loop dit af.....af..in die middel af vanaf die toppunt af....." Hy is dus net vertikaal georiënteerd.



[66] en [68] Die respondent is nie daarvan bewus dat die woord "skuinssy" met reghoekige driehoeke geassosieer word nie. Die skuinssy is dus daardie sy teenoor die negentig grade hoek.

[72] "Breedte...as jy 'n driehoek...moet jy meet vanaf een punt van die basis na die ander punt van die basis..." Hy besef nie dat die breedte die kortste afstand tussen twee ewewydige lyne is nie. Die woord breedte word dan ook meestal beperk tot vierkante en reghoeke en nie driehoeke nie.

[77] en [82] In houtwerk "breedte van 'n basislyn...", waar met blokkies gewerk word, word breedte beskou as daardie deel waarop sy blok rus. Terme soos "dikte" word dan sinoniem gekoppel aan "breedte". Die gevolg van 'n gebrekkige woordeskat lei daartoe dat die korrekte oordrag met betrekking tot die terminologie nie vanaf houtwerk na die wiskunde-domein geskied nie. So ook: "breedte is...hoeke B na A....dit is 30 mm..  
.....breedte is hoe dik die figuur is....of ding ...."

[93], [95] en [103] Die respondent lei die woord supplementêr af van die engelse begrip "supplement" wat byvoeging of aanvulling beteken, vandaar die visualiseringskema . Hy het dus 'n prentjie van een hoek, en 'n byvoeging.

[99] Respondent kan nie die metingseenheid van 'n hoek (grade) onderskei van die metingseenheid van 'n sy (afstand) nie.

[134] Die woord op het 'n visualiseringskema ontplooi dat slegs hoeke wat bo-op 'n reguitlyn lê, se som  $180^\circ$  kan wees. Hierdie vereistes lei daartoe dat fig 1 en fig 2 geskets word.

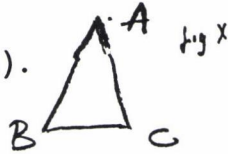
**ONDERHOUD 3**

**VRAAGSTELLER (V)**

**RESPONDENT (R) [A.J], 7g, vroulik, 14 jaar, B-simbool**

**VRAAG 1**

[1] R....(Teken 'n skets).



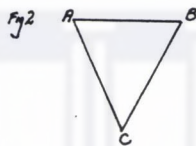
[2] V. Kom ons benoem hom (verwys na skets)..A..B...en C...nou  
wat is die toppunt daar?

[3] R. A is die toppunt...

[4] V. Nou hoekom sê jy A is die toppunt?

[5] R.....Dis die toppunt omdat dit bo is, Meneer.

[6] V. Umm....kom ons kyk na hierdie figuur 2....wat sal jy sê is  
die toppunt daar?



[7] R. C...Meneer.

[8] V. Ok...en wat van A en B....en hulle...wat sal jy sê van  
hulle?

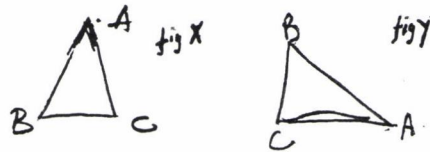
[9] R. C..Meneer is die toppunt (sy beklemtoon dat C die toppunt  
is).

[10] V. Nou hoe sal jy aan iemand verduidelik wat is 'n  
toppunt...aan jou broertjie...hoeveel toppunte het 'n  
driehoek?

[11] R. Toppunt van 'n driehoek, Meneer....hy het drie...drie  
punte, Meneer.

[12] V. Het hy drie punte.....?

[13] R. Toppunt van 'n driehoek is die ene, Meneer (verwys na fig X, die met A gemerk)..omdat hy nou bo is...en as dit byvoorbeeld so is, Meneer (verwys na fig Y)..dan....as dit A is...en dit B en dit C.....omdat die twee sye se.....uh..lyne tot daar kom meneer (verwys na B).



[14] V. Umm...ok.

**VRAAG 2**

[15] R. Die basis.....(sug)....die basis van 'n driehoek (sê dit saggies).....

[16] V. Het jy al van die woord basis gehoor?

[17] R. Ja, Meneer.

[18] V. Uhh...waaraan laat dit jou dink?

[19] R.....Die onderste...die onderste, Meneer.

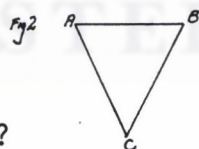
[20] V. So jy verwys na vraag 1 (sy wys met haar potlood na BC in fig X)..so in vraag 1 wat sal jy sê is die basis?

[21] R. Lyn BC (verwys na fig X).

[22] V. Hoeveel basisse het 'n driehoek?

[23] R. Drie, Meneer (kap met potlood en lyk baie selfversekerd).

[24] V. Drie....en in figuur 2....wat is die basis daar?



[25] R. Figuur 2, Meneer?

[26] V. Ja.

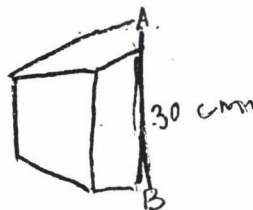
[27] R. ....(Stil).....

[28] V. Het hy 'n basis?

- [29] R. Ja, Meneer.
- [30] V. Wat is sy basis....noem dit vir my.
- [31] R. A tot B, Meneer.
- [32] V. Hoekom noem jy hom die basis?
- [33] R....Meneer, as dit die toppunt is van die driehoek, Meneer...soos ek nou dink...(verwys na C) is dit die teenoorgestelde van die toppunt..Meneer, is die basis.
- [34] V. Is BC 'n basis?
- [35] R. BC.....?
- [36] V. In fig 2?
- [37] R. Ja, Meneer.
- [38] V. Waarom?
- [39] R. Omdat dit tot by die toppunt kom.....soos ek dit nou sien...
- [40] V. Omdat B tot by C loop?
- [41] R. Ja, Meneer.
- [42] V. Dan is...BC die basis.....?
- [43] R. (Skud kop, wat ja aandui).
- [44] V. Ok.

**VRAAG 3**

- [45] R. Hoogtelyn....kan ek enigiets teken, Meneer?
- [46] V. Jou idee ja...jou idee.
- [47] R. (Tekening).....ok.



- [48] V. Gee jou hoogtelyn 'n naam daar...(respondent merk A en B)...wat word bedoel met hoogtelyn?

- [49] R.....Meneer, is miskien..uh..uh...'n vierkant se...uh....  
breedte en lengte, Meneer...dan kry 'n mens die hoogte.....  
meneer en die lyn wat 'n mens moet bereken is die hoogtelyn.
- [50] V. Umm...hoe moet 'n hoogtelyn..moet dit...in watter rigting  
moet dit wees?
- [51] R....Umm...onder en op, Meneer.
- [52] V. Kan dit horisontaal wees?
- [53] R. Nee, Meneer.

#### **VRAAG 4**

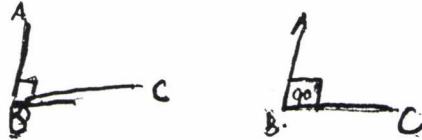
- [54] V. En hoogte?
- [55] R.....Nou dieselfde skets, Meneer..dan..dan word  
dan..sê maar Meneer gee my 'n som sê nou ek moet bereken..uh  
die breedte die lengte meneer..dan bereken ek ook die hoogte  
meneer en dan is AB die hoogte, Meneer, soos daai dis  
dieselfde soos daai...dit is mos die hoogtelyn (verwys na  
skets in vraag 3)...AB is die hoogte, Meneer.
- [56] V. Wat sê jy..vraag 3 en vraag 4 is dieselfde?
- [57] R...Drie en vier..is nie dieselfde..maar..uh...is..uh..kom  
op dieselfde....ding voor, Meneer, is die hoogtelyn en die  
hoogte..dan gee Meneer miskien vir my dertig sentimeter  
daar (skryf op haar figuur) en uh...dan moet ek die hoogte  
bereken meneer..vanaf die hoogtelyn, Meneer.
- [58] V. So hoogte kan ook nie horisontaal wees nie of ver....?
- [59] R. Nee, Meneer.
- [60] V. Is dit?
- [61] R. Is net van onder..tot bo, Meneer.

VRAAG 5



- [62] R. Loodlyn.....(teken dadelik)..dit is die loodlyn, Meneer  
(sy teken slegs 'n lynstuk AB).
- [63] V. Wat is die loodlyn?
- [64] R..AB..nee, Meneer, AB is nie die loodlyn...A..B..C is die  
loodlyn, Meneer (sy verander B na C).
- [65] V. Hoekom sê jy ABC is die loodlyn?
- [66] R. Omdat..uh....hy moet horisontaal is, Meneer..om..uh.....  
'n horisontale lyn....uh...val (kap met potlood op  
tafel)..op 'n loodlyn, Meneer...
- [67] V. Is dit genoeg om 'n loodlyn te beskryf...het ons genoeg  
informasie?
- [68] R. Nee, Meneer!
- [69] V. En wat nog?
- [70] R...Uh..is vertikaal, Meneer, en.....
- [71] V. So jy sê AC is 'n loodlyn?
- [72] R. Ja, Meneer.
- [73] V. So AC is 'n horisontale lyn...is 'n loodlyn?
- [74] R. Vertikale lyn..vertikaal is 'n loodlyn, Meneer.

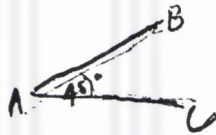
**VRAAG 6**



- [75] R. Hoeklyn.....(teken)..Meneer  
AB en AC is eintlik hoeklyne, Meneer, omdat hulle kom tot by  
een punt..om 'n hoek te maak, Meneer.
- [76] V. Kom by een punt...om 'n hoek te maak...
- [77] R. Ja, Meneer..dit is mos neëntig grade, Meneer.
- [78] V. Mmm...
- [79] R. Dan kom dit altwee..A en..A..lyn AB en AC kom tot by B om  
die hoeklyn te..v..uh dan is die altwee hoeklyne omdat hulle  
kom tot by die neëntig grade...om 'n hoek te maak, Meneer.
- [80] V. Ok.

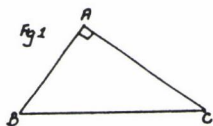
**VRAAG 7**

- [81] R. (Lees)..skuinssy van 'n driehoek.....(en teken).....



- [82] V. Benoem jou figuur vir my.
- [83] R. Skuinssy van 'n driehoek is maar basies dieselfde soos 'n  
hoeklyn, Meneer..umm dit..dit by die hoeklyn...is dit mos  
net neëntig grade, Meneer....dan is dit mos miskien vyf en  
veertig grade..dan is dit mos nou 'n skuins....hoek en dan  
kom hoek B af en hoek C af net tot by hoek A om...uh  
skuinssy te..skuinssy....'n skuinshoek te maak né...dan is  
daai altwee hoeke...skuinssye, Meneer.
- [84] V. Wat is die skuinssye daar?
- [85] R. AB en AC, Meneer.

[86] V. En in fig 1...wat is die skuinssy daar?



[87] R. Umm.....B...C..CA..BC en CA, Meneer....

[88] V. Is hulle die skuinssye?

[89] R. Ja, Meneer.

[90] V. Hoekom sal jy sê hulle is die skuinssye?

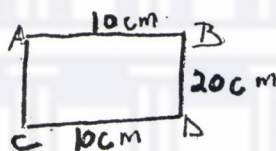
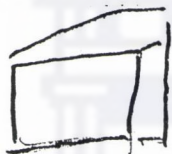
[91] R. Meneer, dan liewer A en B Meneer en A en C.

[92] V. Waarom sal jy so sê?

[93] R. Meneer, omdat hierso sit die neëntig grade..neëntig grade...sit daar Meneer en soos ek hier gesê het kom die skuinssye bymekaar om 'n hoek te vorm, Meneer.

[94] V. Ok.

**VRAAG 8**



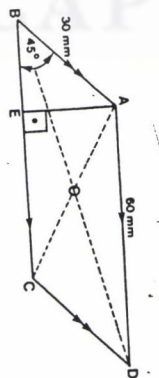
[95] R. Breedte.....(teken).....Meneer, die breedte van 'n hoek, Meneer...is....sê nou jy gee die hoek sentimeters, Meneer en jy gee vir hom...die hoek twintig sentimeters, Meneer en die hoek tien sentimeters, Meneer... dan is tien sentimeter die breedte...dan is AB en CD daar die breedte...van die hoek, Meneer...  
\*2. In die figuur is AD = 60 mm, AB = 30 mm en  $\angle ABE = 45^\circ$ .

[96] V. Wat word bedoel met breedte?

Fig 7

[97] R. Hoe breed 'n hoek is, Meneer.....

[98] V. In fig 7.....wat sal jy sê is die breedte daar?





[99] R.....Die een, Meneer..AD (baie selfversekerd).

[100] V. En AB?

[101] R. AB..is 'n lengte, Meneer, is die lengte van die hoek.

[102] V. So wat sal jy sê is jou breedte se waarde?

[103] R....Breedte se waarde, Meneer...is dit nie sestig  
millimeter, Meneer.....?

[104] V. Ok.

### VRAAG 9

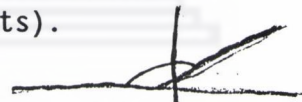
[105] R. Supplimentêre hoeke?.....(sug)

[106] V. Het jy dit al gehoor?

[107] R. Ja, Meneer..in wiskunde meneer..in meetkunde, Meneer..in  
standerd ses en vyf....supplementêre hoeke is....uh (sug)..

[108] V. Kan jy vir my 'n sketsie maak waar 'n mens supplementêre  
hoeke kry.....waaraan dink jy...jy sien iets nou né.

[109] R.....Supplementêre hoek...(harde sug).....(en kap met  
potlood op bank en teken).....daai is die supplementêre  
hoek (sy verwys met potlood na boog op skets).



[110] V. Is daai die supplementêre hoek daar waar jy die bogie  
maak?

[111] R. Ja, Meneer...

[112] V. Wat is..hoekom sê jy dit is die supplementêre hoek?

[113] R. Meneer...supp..uh..is...ek weet nie of dit reg is nie  
(sê dit saggies) maar supplementêre hoeke is altyd groter  
as neëntig grade, Meneer...

[114] V. Uhh..

[115] R...Want dis hoekom ek sê dis sommer 'n stomphoek,  
Meneer...stomphoek is groter as negentig grade want neëntig  
grade loop daar af, Meneer (verwys na vertikale lynstuk in  
haar skets)...dis hoekom ek sê dus 'n supplementêre hoek.

[116] V. Ok.

**VRAAG 10**

(oorgelaat)

**VRAAG 11**

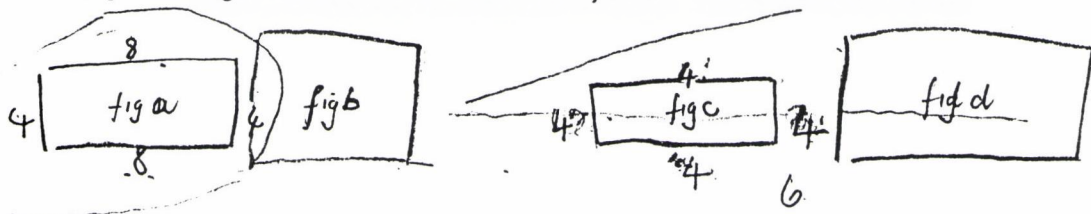
[117] R. (Lees teks saggies).....(sug en kyk na  
plafon).

[118] V. Wat pla jou nou?

[119] R.....Meneer, ek dink nie 'n mens kan 'n omtrek  
van 'n reghoek kry nie, Meneer.

[120] V. Van watter figure kan 'n mens dan 'n omtrek bepaal?

[121] R. Van..uh...uh.....wag gou, Meneer...(kyk weer na  
teks)..word in 'n reghoek gemaak meneer..(trek fig b)..daai  
is verkeerd..(trek fig c en skryf die getal 4 op die sye)  
.....ek dink die omtrek van die reghoek is ses meneer (sy  
skryf die getal ses onderaan neer).



[122] V. Ses...hoekom skryf jy vier en twee daar neer? (verwys na  
fig c).

- [123] R.....Meneer, as ek die nou optel..(verander twee na vier in fig c)...
- [124] V. Dié vier en dié vier...
- [125] R...Dan gee dit nou vir my ag.....nee dit is verkeerd (sy trek 'n streep daardeur).
- [126] V. Waarom is dit verkeerd?
- [127] R. (Kap met potlood op fig c).....(trek nou fig a).....
- [128] V. Waarom toets jy ag en ag en vier en vier? (verwys na fig a)
- [129] R. Meneer, want as ek die twee maal dan moet dit vir my...die omtrek van die hoek kan gee, Meneer...die vier met mekaar....plus..dan moet dit vir my die omtrek kan gee, Meneer.
- [130] V. Van wat?
- [131] R. Die omtrek van die reghoek, Meneer.
- [132] V. As jy die vier en die vier plus?
- [133] R. Nee, Meneer, die...vier hoeke, Meneer..of as ek die een en die een met mekaar maal....moet dit die omtrek van die hoek gee, Meneer.
- [134] V. Uhh..wat beteken die woord omtrek?
- [135] R.....Dit beteken die buitekant van die...die reghoek, Meneer.
- [136] V. Umm...
- [137] R.....(Lees weer saggies)...wat is die omtrek van die reghoek.....kan nie so wees nie? (verwys na fig a)
- [138] V. Hoe moet dit wees?

[139] R.....Dit is definitief die ander een, Meneer. (verwys na fig c)

[140] V. Ok.

### VRAAG 12

[141] V. Maak vir my 'n voorstelling van vraag 12.

[142] R.....(Lees teks saggies)...moet ek dit teken, Meneer?

[143] V. Ja.

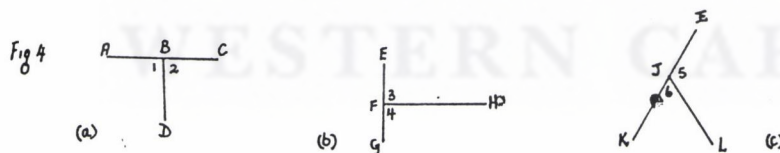
[144] R. (Lees weer hardop).....(sug)...en trek 'n streep...



[145] V. Hoekom trek jy so 'n streep daar?

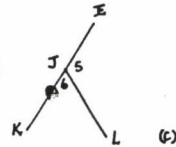
[146] R.....(Sug)...Meneer, uh.....neëntig grade en neëntig grade is mos 'n honderd en tagtig, Meneer....dié is neëntig grade en dié is neëntig grade en dit maak mos 'n honderd en tagtig grade, Meneer.....

[147] V. Kan die figure lyk soos dié in...fig 4 a, b en c...is hulle almal hoeke op 'n reguitlyn...hoe sal jy fig a se hoeke beskryf...AC is 'n reguitlyn, EG is 'n reguitlyn en EK is 'n reguitlyn..hoe sal jy die hoeke beskryf, hoek een en hoek twee?



[148] R. Soos 'n reghoek, Meneer...want daai is 'n reguitlyn en daai is 'n reguitlyn...dit kan lyk soos 'n reguitlyn...dit is...kan 'n honderd en tagtig wees en dit...maar nie dit

nie. (verwys na fig c)



[149] V. Hoekom nie (c) nie.....kan ons hoek 5 en hoek 6 beskryf as hoeke op 'n reguitlyn?

[150] R....Hoeke op 'n reguitlyn, Meneer.....ja, Meneer.

[151] V. Waarom...hulle lê dan onder die reguitlyn...lê hulle onder die reguitlyn?

[152] R. Ja, Meneer...hulle lê onder die reguitlyn.

[153] V. Maar kan 'n mens hulle beskryf as hoeke op 'n reguitlyn ..is hulle ook die som van hoeke op 'n reguitlyn (die woord op word beklemtoon in die vraag)?

[154] R. Ja, Meneer.

[155] V. Dankie.

UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

## ANALISERING VAN ONDERHOUD 3

### KOGNITIEWE TEKORTKOMINGE

[7] en [13] Die respondent gebruik enige hoekpunt wat vertikaal met betrekking tot haar posisie geleë is as toppunt, dus 'n gebrek aan ruimtelike oriëntasie.

[13] Weens onvermoë om haar in wiskundige taal uit te druk, kan sy nie haar data effektief kommunikeer nie en gaan sy dan oor om met haar pen te wys "toppunt van 'n driehoek is die ene, Meneer...", "..uh...lyne wat tot daar kom, Meneer."

Alhoewel sy noem dat 'n driehoek drie basisse het in [23] benoem sy slegs een basis in [31], naamlik "...A tot B " in fig 2. Al die relevante gegewens word dus nie gegee nie.

[40] Die respondent is vaag en eng in haar beskrywing van die begrip basis "omdat dit tot by die toppunt kom." Hier is sy deels bewus daarvan dat die toppunt afhang van watter sy die basis genoem word, maar kan dit nie genoegsaam beskryf nie.

[48] Respondent moet telkens daaraan herinner word om haar figure te benoem, "gee jou hoogtelyn 'n naam daar.."

[51] Gebrek aan ruimtelike oriëntasie. Beskryf 'n hoogtelyn as slegs vertikaal "onder en op, Meneer."

[61] Gebrek aan ruimtelike oriëntasie. Hoogte word slegs beskou as "net van onder...tot bo". Sy is nie bewus dat hoogte slegs 'n afstand is en nie 'n lyn wat getrek moet word nie.

[62] Sy is impulsief en vaag in haar beskrywing en gebruik 'n probeer-en-tref metode in [64].

[70] In reaksie op die vraag in [67], waar sy reeds genoem het dat dit horisontaal moet wees, kan sy nie selfbeheersing uitoefen nie, en noem dat dit dan vertikaal moet wees. Sy is onseker en nie presies in haar uitspraak nie. Sy gebruik 'n probeer-en-tref metode en hoop dat sy by die regte antwoord sal uitkom.

[79] 'n Gebrek aan kommunikasie van relevante komponente in die figuur "lyn AB en AC kom tot by B om die hoeklyn te...."

[87] en [91] Sy gebruik 'n probeer-en-tref metode. Sy raai en hoop dat sy by die regte antwoord sal uitkom. Sy kan dus nie begrip skuinssy definieer nie "...umm.....B...C..CA..BC en CA, Meneer."

[119] Die respondent is impulsief en dink nie voordat sy antwoord nie "...ek dink nie 'n mens kan 'n omtrek van 'n reghoek kry nie, Meneer."

### **BETEKENISTOEPASSING**

[3] en [5] Respondent verwys na toppunt as daardie punt wat bo geleë is. Sy gee dus 'n algemene en woordeboekbetekenis daaraan, met 'n gebrek aan 'n vakspesifieke betekenis. Haar voorstelling van 'n toppunt is ook dieselfde soos die vorige respondente s'n aangesien sy dit beklemtoon in haar figuur as " $\wedge$ "

[11] Sy assosieer die woord "toppunt" met die drie hoekpunte van 'n driehoek, daarom noem sy dat daar drie toppunte moet wees "...hy het drie..drie punte, Meneer." Die toppunt van 'n driehoek hang af van watter sy van die driehoek die basis is alhoewel haar beskrywing hiervan eers in [33] na vore kom.

[19] Die respondente gee die begrip "basis" 'n algemene betekenis, vandaar die respons ".....die onderste...die onderste, Meneer."

[48] en [51] Sy beskou 'n hoogtelyn as iets wat van "..onder en op.." voorkom en nie horisontaal [52] en [53] nie. 'n Algemene betekenis word dus hier gegee en nie die definisie van 'n vakspesifieke betekenis nie.

[55] Sy beskou "hoogte" en "hoogtelyn" as dieselfde begrippe.

[58] en [61] Sy beskou slegs hoogte as "...net van onder tot bo" en nie ook horisontaal nie.

[75] en [79] Die respondente gebruik die afsonderlike dele van die woord om die betekenis daaraan te verleen "...hoeklyn, Meneer omdat hulle kom tot by een punt..om 'n hoek te maak, Meneer."

[83], [85], [91] en [93] Sy assosieer 'n skuinssy met iets wat skuins geleë is "...dan kom hoek B af en hoek C af " en [91] "liewer A en B en A en C."

[148] Die woord "reghoek" het 'n verwarrende assosiasie met die woord regtehoek tot gevolg. Sy beskryf dan hoek 1 en hoek 2 in fig 4 (a) as "soos 'n reghoek, Meneer..."



## WISKUNDE-INHOUD

[49] Die respondent het 'n prentjie waar hierdie veranderlike voorkom, maar kan nie die betekenis daarvan in korrekte wiskundige taal beskryf nie. Sy kan dus die begrip nie wiskundig definieer nie: "die lyn wat 'n mens moet bereken is die hoogtelyn." Sy besef nie dat die afstand van die hoogtelyn die berekening nodig het en nie die hoogtelyn op sigself nie.

[52] Die respondent toon 'n gebrek aan ruimtelike oriëntasie en beskou 'n hoogtelyn as nie horisontaal nie. [(V) "Kan dit horisontaal wees? (R) Nee, Meneer."]

[55] Die respondent besef nie dat 'n hoogtelyn en hoogte twee aparte begrippe is nie "soos daai dis dieselfde soos daai...dit is mos die hoogtelyn..." Die hoogte is die afstand van die lyn wat getrek word vanaf die toppunt van 'n driehoek loodreg op die teenoorstaande sy (basis) of 'n verlenging daarvan. Hierdie lyn wat getrek word, heet die hoogtelyn. Sy kan dus nie die verskille tussen die twee veranderlikes uitwys of vergelyk nie. Sy neig ook daartoe om onnodige berekeninge te doen wat nie gevra word nie. "...sê nou ek moet bereken...uh die breedte die lengte, Meneer.. ..dan bereken ek ook die hoogte, Meneer..."

[57] Alhoewel sy haar hoogte gee as 30 sentimeters, noem sy dat dit nog bereken moet word "...dan moet ek die hoogte bereken, Meneer...Meneer...vanaf die hoogtelyn", wat toon dat sy nie die begrippe hoogtelyn en hoogte kan onderskei van mekaar nie.

[62] en [70] Die respondent besef nie dat 'n loodlyn 'n lynstuk is wat 'n hoek van negentig grade met 'n platvlak maak nie. Die oriëntering ten opsigte daarvan kan horisontaal, vertikaal of skuins wees in die ruimte. Sy is slegs horisontaal en vertikaal georiënteerd in [66] en [70] "...hy moet horisontaal is, Meneer.....vertikale lyn....vertikale lyn is 'n loodlyn, Meneer." Sy kan dus nie 'n loodlyn wiskundig definieer nie.

[83] "Skuinssy....basies dieselfde soos 'n hoeklyn..." Sy kan nie die twee begrippe onderskei van mekaar nie. Sy veralgemeen deur te noem: "hoeklyn...is dit mos net neëntig grade..... dan is dit mos miskien vyf en veertig grade...mos nou 'n skuins ...hoek." Sy ken dus nie die meetkundige figure by hul parte of dele nie. Die respondent weet nie dat die skuinssy daardie sy teenoor die negentig grade hoek in 'n reghoekige driehoek is nie.

[95] Sy verwar die metingseenheid van hoeke (grade) met die metingseenheid van afstand (sentimeters) "hoek sentimeters... hoek twintig sentimeters...is AB en CD daar die breedte...van die hoek, Meneer."

[99] en [103] Die respondent beskou haar breedte as die langste sy van die vierhoek en haar lengte as die korste sy, 'n omgekeerde van 'n wiskundige beskrywing daarvan. So ook in [101] is sy konsekwent in die gebruik van 'n verkeerde metingseenheid vir afstand "AB..is 'n lengte, Meneer, is die lengte van die hoek."

[110] en [113] Haar skets is dié van 'n standaardvorm. Sy kan nie supplementêre hoeke wiskundig definieer nie, en besef nie dat dit hoeke is waarvan die som  $180^\circ$  is nie "ek weet nie of ek reg is nie, maar supplementêre hoeke is groter as negentig grade, Meneer." [115] 'n Supplementêre hoek kan wel 'n stomphoek wees, maar is nie sinoniem aan stomphoeke nie.

[121] Sy visualiseer 'n reghoek as 'n figuur met twee lang en twee kort sye, vandaar dat sy vanaf figuur b oorgaan na figuur c, maar nie besef dat vierkante en reghoeke albei parallelogramme is nie. Dus, 'n gebrek aan hiërargiese klassifikasie en 'n gebrek aan geheelinsig. Sy is moontlik 'n partisie-denker.

[129 en [133] Die respondent verwar hier omtrek met oppervlakte "...as ek die twee maal", maar is ook vaag in haar beskrywing en monitor nie haar "berekeninge" nie. Geen berekeninge is nodig in hierdie vraag nie. Die respondent lees dus nie die vraag met begrip nie maar neig om 'n formule daar te stel om sodanig getalle daarin te wil vervang. Sy beskryf dan die optelling van hoeke om vir haar 'n omtrek te gee. Sy kan dus nie onderskeid tref tussen die metingseenheid van grade en afstand nie.

[148] Haar skema van hoeke op 'n reguitlyn sluit slegs twee negentig grade hoeke in, nl. dié in fig 4 (a) en fig 4 (b) "maar nie dit nie..[verwys na fig 4 (c)]." Hierdie hoeke (1 en 2) en (3 en 4) lyk dan ook vir haar soos negentig grade hoeke, alhoewel daar nie so 'n beskrywing by die skets voorkom nie.

**ONDERHOUD 4**

**VRAAGSTELLER (V)**

**RESPONDENT (R) [L.H], 7g, manlik, 14 jaar, E-simbool**

**VRAAG 1**

[1] R. Dit is 'n skerppunt...wat...wat...wat verbind is met twee...wat, wat...een hoek is...wat verbind is...twee...lyne

[2] V. Maak vir my 'n voorbeeld....

[3] R. (Trek 'n skets)....(mompel saggies).



[4] V. Ummm...hoekom wys jy dit in daardie vorm?

[5] R.....Want dit is hoe...dit is hoe....die boonste punt van die driehoek gevorm word.....

[6] V. So is die toppunt die boonste gedeelte van die driehoek?

[7] R. Ja....daar vir my.....

[8] V. Benoem jou figuur A, B en C.....wat is jou tophoek in die figuur?

[9] R. Hoek C.

[10] V. Kan B 'n tophoek wees?

[11] R.....Kan 'n tophoek wees as dit....as die figuur omgedraai word.....B is bo.

**VRAAG 2**

[12] R.....(Stil).

[13] V. Waaraan dink jy nou?

[14] R.....'n Basis is amper soos 'n.....soos 'n hoof.. ...'n hoofpunt van iets...

[15] V. Ummm.....

- [16] R. Maar dit kan my baie dink aan iets wat...uh...onder is  
in iets....soos 'n box....'n basis.....
- [17] V. Hoeveel basisse het 'n driehoek?
- [18] R.....Drie, drie, basisse...
- [19] V. Uh....so jy het gepraat van die onderkant van die.....
- [20] R....'n Driehoek kan in....kan in....rond beweeg en dit sal  
nog altyd 'n basis het.
- [21] V. Uh..
- [22] R.....A en B...kan omgedraai word dan is C en A weer die  
basis (hy verwys na vraag 1 se skets).

### VRAAG 3

- [23] V. Hoogtelyn.....
- [24] R. Uh.....hoogte.....laat my dink aan  
'n lyn wat uh...hoog geleë is en wat hoog sit soos die woord  
dit aandui....
- [25] V. Soos die woord dit aandui.....watter woord dui dit aan?
- [26] R....Woord hoogte..hoogte...lyn...woord hoog..en lyn.
- [27] V. So hoogte assosieer jy met wat...?
- [28] R. Die hoogte....dis seker iets wat...seker lyn wat hoog...  
hoog...in die lug is....uh..
- [29] V. Watter rigting gaan dit wees?
- [30] R...Kan op...op.....

#### VRAAG 4

[31] V. Hoogte...

[32] R. Hoogte is iets wat hoog is...byvoorbeeld as 'n mens miskien byvoorbeeld berg gaan klim dan....staan jy op 'n hoog...hoog..punt..hoogtepunt..waar jy kan maklik afval of so....

[33] V. Hoe sal jy hoogte beskryf.....in wiskunde?

[34] R.....(Stil).

[35] V. Waar in wiskunde het jy dit al gehoor?

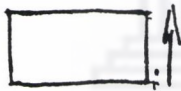
[36] R.....Uh....die...hoogte van 'n oppervlakte of so iets.

[37] V. Soos in watter figuur?

[38] R. Soos in 'n vierhoek..die hoogte..oppervlakte en breedte...so..in vierhoek.

[39] V. Teken vir my 'n figuur daar.

[40] R. (Tekening).....



[41] V. Wat stel jou hoogte voor?

[42] R.....Is op...die hoogte...(wys na die pyl in sy skets).

#### VRAAG 5

[43] R.....

[44] V. Is die woord bekend aan jou.....het jy al die woord gehoor?

[45] R. (Skud sy kop heen en weer)...nee, Meneer...

**VRAAG 6**

[46] R...Is 'n lyn wat..wat..wat geleë word..wat geleë is in soos in 'n hoek soos byvoorbeeld...so...in hoek in..(teken 'n skets).



[47] V. In 'n hoek in...?

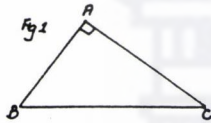
[48] R. (Skud kop wat ja aandui).

**VRAAG 7**

[49] R. Skuinssy van'n driehoek is die lyn wat...is die lyn wat skuins geleë is....wat hier oploop (verwys na sy skets).



[50] V. In fig 1...wat sal jy sê is die skuinssy daar?



[51] R.....(Stil).

[52] V. Waaraan dink jy nou?

[53] R....Daai is 'n regte hoek...A is 'n regtehoek....hoek B...en C is skuinssye...

[54] V. Nou hoekom noem jy BC daar die skuinssy?

[55] R. Dit is...dit is nie gelyk aan neëntig grade nie...

[56] V. Dit is nie gelyk aan....?

[57] R..Neëntig grade...

[58] V. En AC?

[59] R. A en C is 'n regte hoek...dit is 'n regte....dit is negentig grade hoek.

[60] V. Watter tipe sy is AC ten opsigte van hoek B....wat word AC ten opsigte van hoek B genoem?

[61] R... 'n Regte hoek.

### VRAAG 8

[62] R. Breedte is om te kyk hoe breed 'n figuur is...of... 'n voorwerp.....dit dui aan die breedte van iets.....

[63] V. Teken vir my 'n figuur daar.

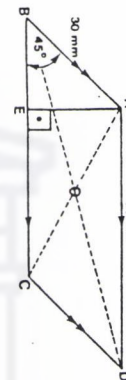
[64] R. (Teken).....



dis die breedte (wys na die pylpunte in sy figuur).

[65] V. Fig 7...wat sal jy sê is die breedte daarvan?

Fig 7



[66] R....(Kyk na die figuur)...hoek A en E..uh...hoek A en hoek E....hoek A en hoek B en hoek D en hoek C..

[67] V. Is dit die breedte?

[68] R. Ja, Meneer.

### VRAAG 9

[69] R. Het al van die woord gehoor, maar kan nie meer by die gedagte kom waar ek dit gesien het nie.

[70] V. Maar...met wat het dit te doen?

[71] R. Met 'n hoek...met 'n hoek...byvoorbeeld...(teken die



figuur)....'n kruis in 'n vier.....kan enige hoek daar wees (wys met potlood na die kruising in sy figuur).



**VRAAG 10**

[72] R.....(Mompel).

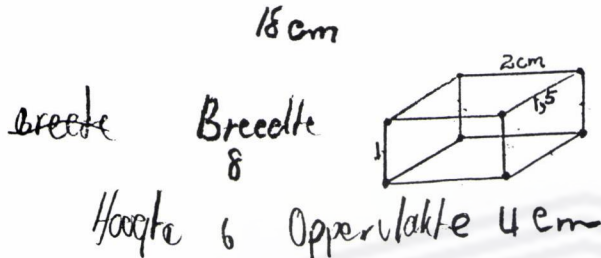
[73] V. Ja.....

[74] R.....(Stil).

[75] V. Wat, wat....waaraan dink jy nou?

[76] R. Breedte en hoogte en die lengte van die figuur.....

(skryf...breedte 8, hoogte 6, oppervlakte 4 cm).



[77] V. Ek sien jy skryf oppervlakte neer.....hoekom?

[78] R.....Dit is hoe hoog die box, die voorwerp is..dit is hoe hoog die voorwerp geleë is...die oppervlakte.

[79] V. Uh...

[80] R. Is een sentimeter hoog..oppervlakte een sentimeter en die voorwerp het vier..het vier hoeke en elke hoek het elk een sentimeter vermeerder elke hoek bygetel...al vier hoeke bygetel met een sentimeter toe kry ek vier sentimeter....

[81] V. So, wat is jou antwoord nou?

[82] R.....(Tel op)...en skryf 18 cm.

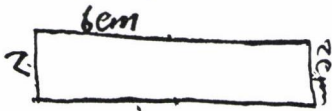
[83] V. Wat is agtien sentimeter?

[84] R. Die lengte..die draad.

[85] V. Ok.

**VRAAG 11**

[86] R. (Kap op tafel met potlood)..uh...sestien sentimeter (wys na sestien in die teks)....(lees saggies).....en teken dan sy figuur.



[87] V. Waaraan dink jy nou?

[88] R....Elke..elke..hoek met 'n...syfer vervang....dan sal ek die omtrek kry van...van...die voorwerp.

[89] V. Umm...

[90] R.....Lengte van die voorwerp is ses....uh sentimeter en die breedte van die voorwerp is twee sentimeter.....beide kante van die reghoek....

[91] V. Wat is die omtrek dan?.

[92] R.....Sjoe.....omtrek is ses..is agtien sentimeter.

[93] V. Hoeveel...hoe kry jy agtien?

[94] R.....Breedte plus die lengte..saamgetel.

**VRAAG 12**

[95] V. Maak vir my 'n voorstelling van vraag 12.

[96] R.....Gestreckte hoek.....(teken sy skets).



[97] V. Hoekom gebruik jy die woord gestreckte hoek...uh?

[98] R.....  
.....(Stil)

[99] V. Waaraan dink jy nou?

[100] R. Daai is...van daai punt tot daardie punt is  $180^\circ$  en 'n omwenteling is  $360^\circ$  (verwys na sy skets)...net die een helfte gevat... $360^\circ$  gedeel in twee...toe kry ek  $180^\circ$  om....

[101] V. Wat beteken die woorde: "som van hoeke op 'n reguitlyn"...Beteken dit die hoeke moet bo-op die reguitlyn lê?

[102] R.....Nie noodwendig omdat dit...die hoek moet bo op die lyn lê nie...kan onderkant ook lê.

[103] V. Dankie.



### KOGNITIEWE TEKORTKOMINGE

[1] Die respondent kan nie die begrip "toppunt" duidelik definieer nie omdat relevante woorde of aanwysings nie geselekteer is nie. Respondent veralgemeen deur die woord "skerppunt" te gebruik. Nie alle toppunte vorm "skerppunte" nie, verskillende moontlikhede bestaan, 'n gebrek dus aan hipotetiese denke in die verwerkingsfase. Daar is dan ook geen duidelikheid en presiesheid in sy antwoord wat hy verskaf nie "wat...een hoek is.....wat verbind is....twee...lyne."

[5] Gebrek aan ruimtelike oriëntering en definisie van wiskundige begrippe. Kan nie die begrip toppunt definieer nie.

[7] Gebrek daaraan om 'n figuur te benoem lei daartoe dat die respondent dan nie die dele effektief kan kommunikeer nie.

[29] en [30] Gebrek aan ruimtelike oriëntering.

[36] Daar bestaan 'n gebrek aan basiese wiskundige kennis in sy beskrywing van: "hoogte van 'n oppervlakte". Hy is vaag in sy verduideliking. Hy is wel bewus dat hoogte by oppervlakte-berekening voorkom, maar is nie presies en duidelik in sy kommunikasie van sy data nie. Hoogte en oppervlakte is twee aparte begrippe.

[38] Hy onthou slegs sekere dele van die informasie en geen verbreding van sy begripsveld vind plaas nie.

[46] Die respondent is nie presies en duidelik in sy antwoord nie, "lyn..wat geleë word...in 'n hoek". Hy is nie in besit van die regte prentjie in sy denke wat daar behoort te wees nie. Onttrekking van die verkeerde skema vind plaas. Hy maak deels van betekenissamestelling van die woord gebruik "... 'n lyn...wat geleë is in soos in 'n hoek in."

[54] en [55] Gebruik die metingseenheid van hoeke, naamlik grade, by die lengte van sye. Sy manier van kommunikasie is impulsief en hy monitor nie wat hy sê nie, so ook in [59]: "A en C is 'n regte hoek."

[60] en [61] Vraagsteller praat van 'n sy en die respondent antwoord: "... 'n regte hoek." 'n Voorbeeld van impulsiewe kommunikasie deurdat die respondent nie luister na die vraag nie.

[71] Nie duidelik en presies in die kommunikasie van sy antwoord nie. Geen benoeming van sy figuur vind plaas om sodoende die dele te kan identifiseer nie "...enige hoek daar wees..."

[92] en [94] Respondent is impulsief en monitor nie sy berekening nie.

### **BETEKENISTOEPASSING**

[5], [9] en [11] Respondent beskou 'n toppunt as iets wat "bo" moet wees. Hy gebruik die afsonderlike dele van die woord naamlik "top" en "punt" om die woord se betekenis af te lei "...dit is hoe...die boonste punt van die driehoek gevorm word..."

[14] Die respondent gee die algemene betekenis aan die begrip met 'n gebrek aan wiskundige betekenis. Hy beskou 'n basis as iets wat "onder is" en "...hoofpunt van iets."

[24] en [26] Die respondent gebruik die afsonderlike dele van die woord om die betekenis af te lei "lyn wat uh.....hoog geleë is" ... "wat hoog sit soos die woord dit aandui...", "...in die lug is".

[32] Hy beskou die hoogte as iets wat bo geleë is. Hy gee dus 'n algemene betekenis (met 'n gebrek aan vakspesifieke betekenis) aan die woord "hoog..punt...hoogtepunt..waar jy maklik kan afval."

[42] "Is op...die hoogte", gee 'n aanduiding dat die respondent slegs 'n eendimensionele idee van hoogte het wat net opwaarts is. Hy gee ook 'n algemene betekenis aan die begrip, en 'n gebrek aan ruimtelike oriëntering bestaan by die respondent.

[46] Die respondent gebruik die afsonderlike dele van die woord om die betekenis af te lei: "Is 'n lyn wat geleë word...soos in 'n hoek."

[49] Gebrek aan definiëring van die begrip skuinssy. Maak hoofsaaklik van algemene betekenis gebruik, daarom ".....wat skuins geleë is...wat hier oploop". Die respondent is nie bewus dat die skuinssy daardie sy teenoor die negentig grade hoek in 'n reghoekige driehoek is nie.

## WISKUNDE-INHOUD

[1] Die respondent het 'n visualiseringskema dat 'n toppunt die volgende vorm het " $\wedge$ ", daarom beskryf hy 'n toppunt as "skerppunt...wat verbind is met twee.....lyne."

[8], [40], [49], [64], en [71] 'n Gebrek daaraan om sy meetkundige figure te benoem lei daartoe dat hy nie sy respons effektief kan kommunikeer nie. Nêrens in die onderhoud benoem hy sy figure nie.

[18] en [22] Die respondent noem dat 'n driehoek drie basisse kan hê, maar beskou dit slegs as "onder" indien dit sodanig geroteer word dat die basis onder moet wees: "...kan in...rond beweeg en dit sal nog altyd 'n basis het....." In [22] "A en B... kan omgedraai word dan is C en A weer die basis." Volgens hom is daar dan drie moontlikhede waar enige van die drie sye dan "onder" kan beland na die rotering. Hy besef nie dat die basis daardie sy aan die teenoorgestelde kant van die toppunt is nie. Hy kan dus nie die twee veranderlikes, nl. "basis" en "toppunt" gelyktydig hanteer nie. Die toppunt hang dus af van watter sy van die driehoek die basis is.

[24] Die respondent kan nie die begrip "hoogte" wiskundig definieer nie. Die hoogte is bloot die loodregte afstand van 'n hoogtelyn in 'n driehoek.

[26] en [28] "Hoogte" en "hoogtelyn" is twee aparte begrippe. Hy kan dus nie die twee met mekaar vergelyk of die verskille uitwys nie.

In [46] en [47] vir 'n hoeklyn en in [49] vir 'n skuinssy kan die respondent nie hierdie begrippe wiskundig definieer nie. Hy gee dan ook 'n algemene betekenis daaraan.

[53] "...Hoek B en C is skuinssye", toon 'n gebrek aan wiskundige metingseenhede. "Hoeke" en "sye" is twee aparte begrippe. Hy kan dus nie sy wiskundige begrippe groepeer nie.

[62] Die respondent toon hier ook 'n gebrek aan die gebruik van 'n paslike wiskundige definisie. Hy teken dan ook 'n rigiede standaardvorm van 'n reghoek waar die breedte korter is as die lengte. Hy is nie daarvan bewus dat die breedte die kortste loodregte afstand tussen twee ewewydige lyne in 'n reghoek is nie. So ook in [66] word enige korter lynstuk dan as breedte beskou, "hoek A en E...uh...hoek A en hoek E....hoek A en hoek B en hoek D en hoek C."

[71] Die respondent het in 'n groot mate dieselfde visualiseringsskema as die vorige respondente, nl. dat 'n hoeklyn gevorm word waar twee strepe bymekaar kom om 'n hoek te vorm " 'n kruis in 'n vier....kan enige hoek daar wees". Hy trek dan ook die regte lynstukke in sy vierhoek, maar toon 'n gebrek aan die korrekte woordeskat om die hoeklyn te beskryf.

[76] en [78] ...."Hoog die voorwerp geleë is...die oppervlakte." Die respondent besef nie dat die hoogte 'n subkomponent van oppervlakteberekening is nie.

[80] "....Oppervlakte een sentimeter", 'n gebrek aan presiesheid in die kommunikasie van sy metingseenheid in die uitvoerfase:



"...elke hoek een sentimeter..." Hy is dan ook konsekwent in die begaan van hierdie fout, so ook in [88].

[86] en [88] Die eerste sin van die teks bevat die woord sestien.

Die respondent fokus nie op detail nie, maar slegs op die woord sestien. Hierdie sin word dan ook afsonderlik van die ander geïnterpreteer: "...elke hoek met 'n.....syfer vervang."

Die woorde "...in die vorm van 'n reghoek.." impliseer dat die figuur nie noodwendig 'n "reghoek" is nie, maar wel so 'n vorm kan hê. Die respondent het nou 'n beeld wat so  lyk. 'n Vierkant is ook 'n spesiale tipe reghoek.

[90] Die respondent konsentreer net daarop om die omtrek te bepaal. Hy soek getalle wat as lengte en breedte kan dien om 'n omtrek van sestien te gee. Sy lengte is altyd groter as sy breedte. Die woord reghoek ontlok hierdie respons. As gevolg van die woord sestien glo hy dat alle berekeninge daaraan gekoppel moet word.



UNIVERSITY of the  
WESTERN CAPE

## HOOFSTUK 7

### 7.1 NA-TOETS

#### 7.1.1 Inleiding

Na afloop van die implementering van die heuristiek is gestruktureerde onderhoude gevoer met die leerlinge om vas te stel of die begrippe wat in die heuristiek behandel is, bemeester is.

Die na-toets konsentreer dan ook slegs op die begrippe toppunt, basis, hoogte en hoogtelyn.

Dieselfde respondente wat in die voor-toets gebruik is, is weer eens in die na-toets gebruik.

Potlood, liniaal en 'n gradeboog is aan die respondente verskaf tydens die onderhoude.

Die onderhoude is in 'n klaskamer gevoer nadat die skool reeds verdaag het.

Geen onderrig ten opsigte van die vier begrippe het plaasgevind voor die implementering van die heuristiek nie.

Die gestruktureerde vraag het daar soos volg uitgesien:



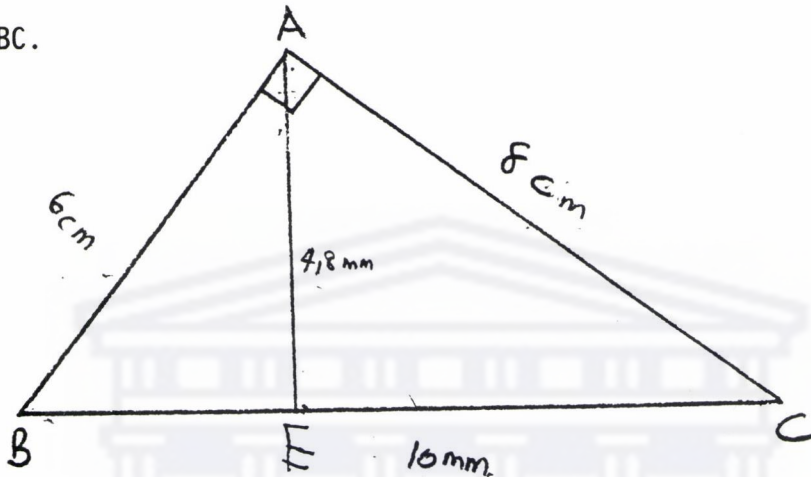
**ONDERHOUD 1**

**VRAAGSTELLER (V)**

**RESPONDENT (R) [C.G], 7f, vroulik, 15 jaar**

[1] V. Gaan voort.

[2] R. (Lees teks saggies en benoem haar figuur)..eerstens gaan ek die formule neerskryf...(sy skryf  $1/2 b \times h$ )...en my basis is BC.



[3] V. Mmm.

[4] R. (Sy meet met die liniaal)...dit is tien millimeter.

[5] V. Waarom noem jy BC 'n basis?

[6] R. Dit is my beginstreep.

[7] V. Ok.

[8] R. Mmm..nou..uh..die hoogtes is die afstand van die....basis na die toppunt.

[9] V. Nou hoe gaan jy die hoogtes bepaal?

[10] R. Gaan die gradeboog gebruik en dan...(sy trek 'n hoogtelyn vanaf A na BC en benoem dit AE).

[11] V. Wat is jou..uh wat is AE wat jy daar getrek het?

[12] R. Dit is die hoogtelyn.

- [13] V. Hoeveel hoogtelyne het jou driehoek?
- [14] R. Drie...drie hoogtelyne...is AB, AC en AE.
- [15] V. Waarom noem jy hulle hoogtelyne?
- [16] R. Is...mos die...vanaf basis na toppunt.
- [17] V. Nou waarom noem jy AC 'n hoogtelyn?
- [18] R. Is gelyk aan neëntig grade...die hoek..dit is mos nou die basis..(sy wys na AB)..en dié is mos nou die toppunt..C.
- [19] V. Hoeveel toppunte het jou driehoek?
- [20] R. Drie....is die hoek...wat so die neëntig grade hoek.....(stil).
- [21] V. Hoeveel basisse het jou driehoek?
- [22] R. Drie....is AB, AC en BC.
- [23] V. Hoeveel hoogtes kan bereken word in jou driehoek?
- [24] R. Drie...
- [25] V. Gee vir my die afstande van jou hoogtes.
- [26] R. Die afstande.....(mompel)....omtrent..(sy meet AE)..vier komma ag...(en skryf op AE 4,8 mm neer)....(sy meet verder)...ses millimeter is AB.....en AC.....ag millimeter.....(sy verander millimeter na sentimeter)....ag sentimeter is AC.
- [27] V. Wat is jou oppervlakte van jou driehoek?
- [28] R. Die helfte van die basis..(sy skryf  $5 \times 4,8$ ).....  
.....is twintig komma ag.
- [29] V. Is jy seker van jou antwoord?
- [30] R. (Sy bereken weer)....(mompel)...is dit nie vier en twintig...sentimeter?

[31] V. Kan jy op nog 'n ander manier die oppervlakte bepaal?

[32] R. Deur  $AB \dots AB$  is die hoogte en  $AC$  die basis.

[33] V. Gaan die oppervlakte verskil?

[34] R. Nee....(respondent skryf  $5 \times 6 = 30$ ).

[35] V. Dankie.

$$\frac{1}{2} b \times h$$

$$5 \times 4,8$$

$$24 \text{ cm}$$

$$5 \times 6 = 30$$



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## **ANALISERING VAN ONDERHOUD 1**

### **VERBETERING IN KOGNISIE**

[2] Die respondent benoem haar figuur en gaan planmatig te werk. Sy lees ook haar instruksies deeglik.

[4] Sy gebruik 'n verkeerde eenheid by die meting van die basis BC "...dit is tien millimeter" i.p.v. tien sentimeter.

[26] Die respondent monitor haar metingseenheid (sy verander millimeter na sentimeter). Reflektiewe denke kom na vore.

[28] Haar berekeninge is impulsief. Eers in [30] kry sy 'n korrekte antwoord van vier en twintig.

[34] Sy monitor nie haar invoer van data nie. Sy reflekteer nie hier nie, aangesien sy reeds in [30] 'n korrekte antwoord van 24 gekry het.

### **BETEKENISTOEPASSING**

[6] Die respondent beskou die basis as die beginstreep en gee nie 'n algemene betekenis daaraan nie.

[8] en [32] Haar beskrywing van hoogte is nie vaag en eng nie. Sy gee ook nie 'n algemene betekenis daaraan nie.

[12] Waar die respondent voorheen nie geweet het wat 'n hoogtelyn is nie, kan sy dit nou benoem en identifiseer in die driehoek.

## WISKUNDE-INHOUD

[8] Sy beskou nie meer hoogte as sinoniem aan groot nie, maar as "..die afstand van die...basis na die toppunt."

[10] Die respondent gaan planmatig te werk om die hoogte te bereken. Deur die toevoeging van 'n streep in haar driehoek, om dit voller te maak, gebruik sy 'n gradeboog en benoem haar hoogtelyn as AE.

[12] Sy toon 'n verbetering in die herkenning van die parte of dele van die driehoek [(V) "..Wat is AE..?" (R) "...die hoogtelyn"].

[14] Die respondent is bewus daarvan dat 'n driehoek drie hoogtelyne bevat en kan hulle benoem "..is AB, AC en AE."

[16] Sy toon 'n verbetering in die gee van 'n wiskundige definisie van hoogtelyne "....vanaf basis na toppunt."

[20] Alhoewel die respondent weet dat daar drie toppunte is, benoem sy hulle nie genoegsaam nie.

[22] Die respondent is bewus daarvan dat 'n driehoek drie basisse bevat en kan hulle identifiseer en benoem "...is AB, AC en BC." So ook die hoogtes in [24]..."drie".

[26] Die respondent verwar nie die metingseenheid van grade met dié van afstand nie "...ses millimeter is AB....en AC.....ag millimeter."



[28] Sy kry 'n verkeerde antwoord in haar berekening deurdat sy vyf vermenigvuldig met vier en dan nul komma ag bytel om 'n antwoord van twintig komma ag te kry. Die berekening met desimale belemmer 'n korrekte uitkoms, maar eers in [30] kom sy wel by die korrekte antwoord uit.

[32] Die respondent is daarvan bewus dat die oppervlakte van 'n driehoek op meer as een manier bepaal kan word uit verskillende rigtings: "AB is die hoogte en AC die basis."

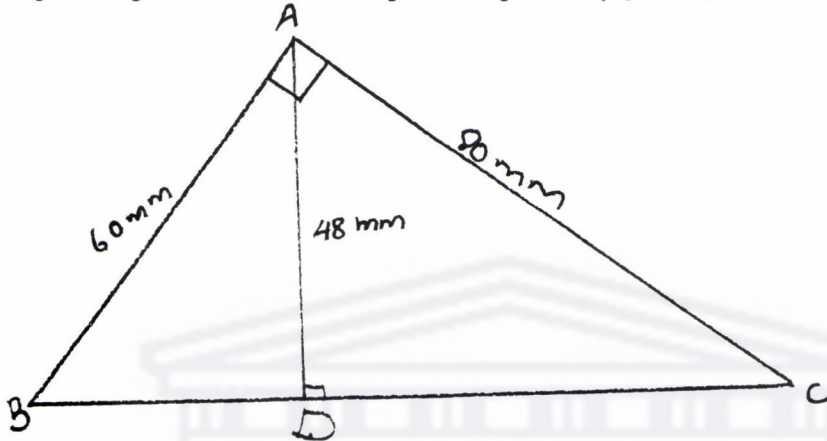


ONDERHOUD 2

VRAAGSTELLER (V)

RESPONDENT (R) [R.M], 7c, manlik, 15 jaar

[1] R. (Lees die teks)...die helfte van die basis AB  
vermenigvuldig met die loodregte hoogte...(hy skryf  $1/2 b \times h$ ).



[2] V. Waarom noem jy AB 'n basis?

[3] R. Want hy is nou die eerste lyn wat ek aangesien het.

[4] V. Ok.

[5] R. (Meet en skryf....AB  $1/2$  6cm X AC  $h$  8cm).....ses is die  
lengte van die basis.....ses millimeter....vermenigvuldig met  
hoogte wat AC is...is ag millimeter.

[6] V. Mmm...

[7] R. Die helfte van ses is drie..ag maal drie is.....vier en  
twentig....is die oppervlakte...(hy skryf 24 cm<sup>2</sup>).

[8] V. Hoeveel basisse het jou driehoek? ...  $\frac{1}{2} b \times h$

[9] R. Drie...AB, BC en AC.

$AB \frac{1}{2} 6 \text{ cm} \times (AC) h 8 \text{ cm}$

[10] V. Hoeveel toppunte het jou driehoek? = ... 24 cm<sup>2</sup>

[11] R. Drie....A, C en B.

- [12] V. Waarom noem jy A 'n toppunt?
- [13] R. Want hy is....BC is die basis en hy is aan die teenoorgestelde rigting van BC.
- [14] V. Hoeveel hoogtes kan gemeet word in jou driehoek?
- [15] R. Drie..
- [16] V. Hoeveel is reeds aangedui?
- [17] R. Twee....AB en AC.
- [18] V. En waar is jou ander hoogte?
- [19] R. Moet hom nog intrek...die hoogtelyn..(hy gebruik 'n gradeboog en trek AD).....van hoek A na.....D.
- [20] V. Wat is jou hoogtelyn?
- [21] R. AD..
- [22] V. Ok...noem vir my die ander hoogtelyne.
- [23] R. AB, AD en AC.
- [24] V. Gee vir my die lengtes van jou hoogtelyne.
- [25] R. (Hy meet weer)....ag en veertig millimeter....(en skryf op AD)....AB is..sestig millimeter..AC is sewe komma vyf....(hy meet weer)...tagtig millimeter.
- [26] V. Wat is die verskil tussen 'n hoogtelyn en hoogte?
- [27] R. Die hoogte is die lengte van die lyn wat getrek word vanaf A...byvoorbeeld.....AD...die hoogte daar is ag en veertig millimeter.
- [28] V. Nou wat word AD genoem?
- [29] R. AD is 'n hoogtelyn.
- [30] V. Nou wat is 'n hoogtelyn?

[31] R. Is 'n lyn wat loodreg getrek word op die basis.....vanaf die toppunt af.

[32] V. Goed..dankie.



UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

## ANALISERING VAN ONDERHOUD 2

### VERBETERING IN KOGNISIE

[1] Die respondent beraam 'n plan deurdat hy eers die skets benoem en 'n formule daarstel vir oppervlakteberekening.

[13] Die respondent is ruimtelik georiënteerd "...die basis en hy is aan die teenoorgestelde rigting van BC", wanneer hy na die toppunt verwys.

[17] Die respondent soek en monitor wanneer 'n vraag aan hom gestel word [(V) "Hoeveel is reeds aangedui?" (R) "Twee...AB en AC" en in [19] "Moet hom nog intrek...die hoogtelyn.."

### BETEKENISTOEPASSING

[3] Die repondent beskou nie meer die basis as "die onderste gedeelte van 'n lyn" nie, maar eerder as sy "eerste lyn wat hy aangesien het". Die woorde "eerste lyn" is vir hom sinoniem aan die eerste streep.

[13] Die respondent beskou nie meer die toppunt as "'n onderstebo V" of 'n "punt wat alleen staan" nie. Hy gee dus nie meer 'n algemene betekenis daaraan nie.

### WISKUNDE-INHOUD

[9] Die respondent kan sy meetkundige figuur benoem by hul parte of dele "drie...AB, BC en AC."

[11] Hy is bewus daarvan dat 'n driehoek drie toppunte het, en kan hulle uitwys en benoem "drie...A, C en B."

[13] Die respondent gee 'n wiskundige betekenis aan die woord toppunt "...BC is die basis en hy is aan die teenoorgestelde rigting daarvan."

[15] Die respondent is daarvan bewus dat "drie...." hoogtes in 'n driehoek bereken kan word.

[23] Die respondent kan die dele van sy meetkundige figuur benoem "AB, AD en AC."

[25] en [27] Die respondent gebruik die korrekte metingseenheid naamlik millimeter en die meting is ook akkuraat "...ag en veertig millimeter...AB is..sestig millimeter...AC is sewe komma vyf...tagtig millimeter."

[26] en [27] en [31] Die respondent kan 'n wiskundige definisie daarstel vir 'n hoogte en hoogtelyn. Hy is in staat om die verskille tussen die twee veranderlikes te kan uitwys en kan dit ook gelyktydig hanteer "die hoogte is die lengte van die lyn wat getrek word...die hoogte daar is ag en veertig millimeter" en die hoogtelyn "is 'n lyn wat loodreg getrek word op die basis... vanaf die toppunt af."

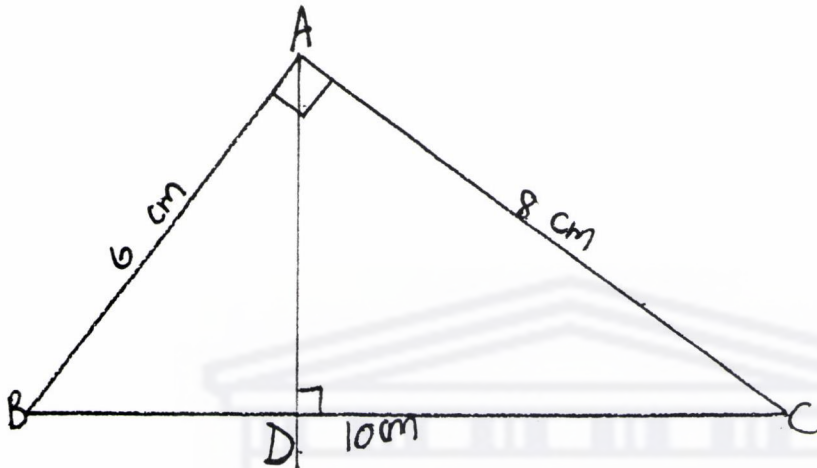
### ONDERHOUD 3

#### VRAAGSTELLER (V)

RESPONDENT (R) [A.J], 7g, vroulik, 14 jaar

[1] V. Wat doen jy nou?

[2] R. Gee die hoek 'n naam..(sy benoem haar figuur).



[3] V. Wat doen jy daar?

[4] R. Ek meet die lyne van die driehoek.....lyn AB is ses sentimeter.....en lyn BC is tien sentimeter en lyn AC is..... ag sentimeter....(sy skryf dit ook op haar figuur neer).

[5] V. Wat wil jy nou daar intrek?

[6] R. Die loodregte hoogte, Meneer (sy trek AD).

[7] V. Hoeveel hoogtelyne het jou driehoek?

[8] R. Drie.....lyn AB..AC en AD.

[9] V. Waarom word hulle hoogtelyne genoem?

[10] R.....Omdat dit vanaf die toppunte loodreg op die basis loop, Meneer...die hoogtelyne.

[11] V. Wat is die verskil tussen 'n hoogtelyn en 'n hoogte?

[12] R. Die hoogte Meneer, is die afstand van die lyn, Meneer, en

die lyn...hoogtelyn is die streep wat getrek word....nou gaan ek mos die oppervlakte bepaal, Meneer....dan is dit 'n halwe basis.. ..(sy skryf opp =  $1/2$  basis X loodregte hoogte).....Meneer, kan ek eers hierdie basis gebruik?

[13] V. Watter een wil jy gebruik?

[14] R. BC....die helfte is...(sy skryf 5 cm X....)...is vyf komma ag...vier komma ag altans.....is gelyk aan vier en twintig sentimeter....kubieke sentimeter...uh...

[15] V. Wat moet 'n mens bo die sentimeter skryf?

[16] R. 'n Twee, Meneer...(sy skryf  $24 \text{ cm}^2$ ).

[17] V. Hoeveel basisse het jou driehoek?

[18] R. Drie.....lyn AB, AC en BC.

[19] V. Waarom noem jy AB 'n basis?

[20] R. Dit staan aan die teenoorgestelde kant van my toppunt wat C is....

[21] V. Mmm....

[22] R. As ek my driehoek wil begin, dan trek ek die lyn AB en noem dit my basis....

[23] V. Hoeveel toppunte het jou driehoek?

[24] R. Drie, Meneer....A..is 'n toppunt, Meneer, B is ene en C.

[25] V. Moet die toppunt altyd aan die bokant van jou basis wees?

[26] R. Nee, Meneer...aan die teenoorstaande kant van my basis, Meneer...vertikaal, horisontaal of skuins, Meneer.

[27] V. As ek AC as basis neem....wat sal my loodregte hoogte dan wees?



[28] R. Hoek AB..nee lyn AB, Meneer (sy glimlag en kap teen haar kop).

[29] V. Sal die oppervlakte verander as ek hulle gebruik?

[30] R. Nee, Meneer!

[31] V. Waarom sal dit nie verander nie?

[32] R. Wat, die oppervlakte, Meneer....is al die materiaal binne in die driehoek, Meneer...en vat ek AB...sal dit dieselfde bedrag na die einde vir my gee, Meneer.

[33] V. Bewys dit vir my.

[34] R. (Sy skryf)  $opp = \frac{1}{2} \text{ basis} \times \text{loodrechte hoogte}$   
 $= 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$   
 $= 24 \text{ cm}^2$   
...is dieselfde, Meneer.

[35] V. Ok..uh...wat sal jy sê is die doel van jou basis?

[36] R...Van my basis....(sug)...dit begin die driehoek, Meneer...dit help om die oppervlakte te bereken.....

[37] V. Wat is die struktuur van 'n basis, hoe lyk dit?

[38] R.....Meneer, dit kan....'n basis kan horisontaal, vertikaal of skuins wees....is aan die teenoorgestelde kant van die toppunt.....

[39] V. Watter argumente kan jy voer oor jou basis?

[40] R. Dit staan nie altyd bo nie, Meneer....is...sy toppunt sit altyd bo...nee (sy glimlag)...sy toppunt sit altyd aan die teenoorgestelde kant daarvan.

[41] V. Is daar nog?

[42] R.....(stil).

[43] V. Goed....dankie.

## **ANALISERING VAN ONDERHOUD 3**

### **VERBETERING IN KOGNISIE**

[2] en [4] Die respondent beplan vooruit, selekteer die relevante data en benoem die figuur.

[20] Die respondent kan die twee veranderlikes naamlik toppunt en basis gelyktydig hanteer en besef dat 'n bespreking van die een hang van die ander een af.

[26] Die oriëntering van die respondent is driedimensionaal wanneer sy van die toppunt praat "Nee, Meneer...aan die teenoorstaande kant van my basis.....vertikaal, horisontaal of skuins, Meneer."

[28] Die respondent besef dat sy 'n fout begaan het met die metingseenheid van afstand en reflekteer (in die voor-toets het sy van 'n skuins hoek gepraat) "Hoek AB...nee lyn AB, Meneer" (sy glimlag en kap teen haar kop).

[38] Die respondent ken die woordeskat vir ruimtelike oriëntering en kan 'n posisie beskrywing gee van haar basis "kan horisontaal, vertikaal of skuins wees.....aan die teenoorgestelde kant van die toppunt."

### **BETEKENISTOEPASSING**

[12] Die respondent is ruimtelik georiënteerd en is bewus daarvan dat die oppervlakte van die driehoek vanaf verskillende rigtings bepaal kan word.

[22] Die respondent gee nie meer 'n algemene betekenis aan die begrip basis nie. Sy kan meer as een argument voer oor 'n basis "As ek my driehoek wil begin, dan trek ek die lyn AB en noem dit my basis..." so ook in [20] "dit staan aan die teenoorgestelde kant van my toppunt..."

[24] Die respondent beskou nie meer die toppunt as "bo" nie.

## **WISKUNDE-INHOUD**

[4] Die respondent integreer die verbale met die visuele en sy gebruik ook die korrekte metingseenheid.

[8] Die respondent is daarvan bewus dat 'n driehoek drie hoogtelyne bevat "drie...lyn AB..AC en AD."

[10] Die respondent gee nie 'n algemene betekenis aan die begrip hoogtelyne nie "...omdat dit vanaf die toppunt loodreg op die basis loop, Meneer....die hoogtelyne."

[12] Die respondent kan die verskille tussen die hoogte en 'n hoogtelyn uitwys en verduidelik "...hoogte, Meneer, is die afstand.....hoogtelyn is die streep...."

In [12] is die respondent ook daarvan bewus dat 'n driehoek meer as een basis kan hê "...kan ek eers hierdie basis gebruik?"

[16] Sy verwar kubieke sentimeter met vierkante sentimeter, maar is bewus daarvan dat daar 'n twee bokant die sentimeter moet kom.

[18] Die respondent is daarvan bewus dat 'n driehoek drie basisse het en kan hul benoem "drie.....lyn AB, AC en BC."

[20] Die respondent kan 'n wiskundige definisie vir 'n basis gee.

[(V) "Waarom noem jy AB 'n basis?" (R) "Dit staan aan die teenoorgestelde kant van my toppunt wat C is..."]

[24] Die respondent besef dat 'n driehoek drie toppunte kan hê, en kan hulle ook noem "Drie meneer.....A...is 'n toppunt, Meneer, B is ene en C."

[36], [38] en [40] Die respondent kan die doel, struktuur en argumente oor die basis voer "....basis...dit begin die driehoek ....kan horisontaal, vertikaal of skuins wees...aan die teenoorgestelde kant van die toppunt....dit staan nie altyd bo nie....sy toppunt sit altyd aan die teenoorgestelde kant daarvan."

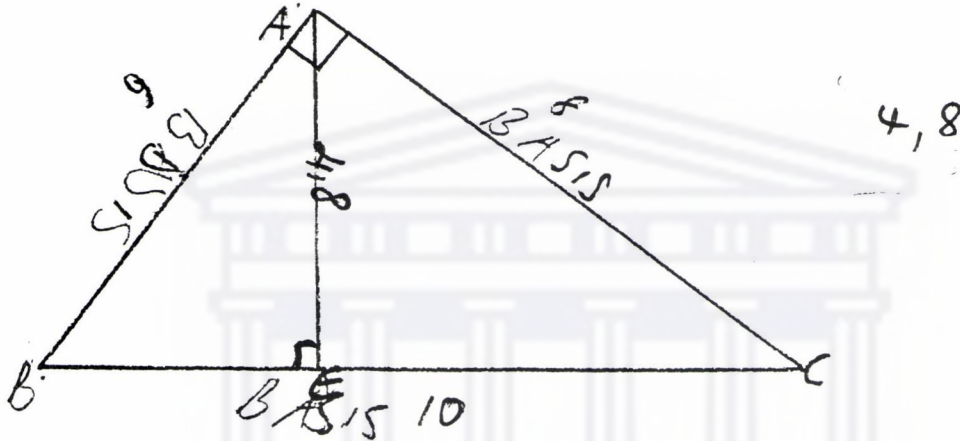


#### ONDERHOUD 4

#### VRAAGSTELLER (V)

RESPONDENT (R) [L.H], 7g, manlik, 14 jaar

[1] R. (Lees die teks saggies)....eers my driehoek benoem....die hoeke.....basis van die driehoek...driehoek het drie basisse.... (hy meet AB en AC en skryf 6 en 8 onderskeidelik daarop neer).... (hy skryf die woord basis op die onderskeie sye van die driehoek neer).



[2] V. Waarom noem jy AC 'n basis?

[3] R. Dit is die eerste streep wat getrek word as ek die driehoek begin.

[4] V. Ek sien jy draai jou blaaie, waarom doen jy dit?

[5] R.....Om my hoogtelyste te sien.

[6] V. Hoeveel hoogtelyste het jou driehoek?

[7] R. Drie.....

[8] V. Hoeveel is klaar in die figuur ingetrek.

[9] R. Twee.....AB.....en AC.

[10] V. En waar is die ander een?

- [11] R.....AB.....(hy gebruik 'n gradeboog om vanaf A 'n streep na BC te trek).
- [12] V. Wat probeer jy nou doen?
- [13] R.....Gaan nog 'n hoogtelyn intrek (hy trek AE).
- [14] V. Hoeveel toppunte het jou driehoek?
- [15] R. Drie...toppunte.....is A,...C en B.
- [16] V. Waarom noem jy A 'n toppunt?
- [17] R.....Dit is die punt wat....wat regoor die basis staan.
- [18] V. Waarom noem jy C 'n toppunt?
- [19] R.....Staan ook aan die teenoorgestelde kant van die basis.
- [20] V. Wat is die verskil tussen 'n hoogte en 'n hoogtelyn?
- [21] R.....Hoogte..die afstand van...die afstand van....  
 hoogtelyn is die lyn wat getrek word na....van die basis na die toppunt.
- [22] V. Hoe moet dit getrek word?
- [23] R. Dit moet reghoekig getrek word.
- [24] V. Ok...bereken vir my die oppervlakte van jou driehoek.
- [25] R.....(skryf  $\frac{1}{2}$  basis X  $\perp$  hoogte)...ses millimeter is my basis.....ag millimeter is my hoogte....

$$AB = 6 \text{ mm} \dots AC = 8 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{2} \text{ basis} \times \perp \text{ HOOGTE} \dots$$

- [26] V. Waarom het jy ses en ag millimeter gemeet?
- [27] R. Want dit is helfte basis maal hoogte.....(respondent skryf.. $\frac{1}{2}$  6 X 8.....3 X = 24)

$$\frac{1}{2} \dots 6 \dots \times \dots 8 \dots$$

$$\dots 3 \dots \times \dots = 24$$

[28] V. Wat is jou antwoord?

[29] R.....Die helfte van ses is drie...maal ag is vier en twintig.

[30] V. Op hoeveel maniere kan jy die oppervlakte nog bereken?

[31] R.....Drie, Meneer.....die hoogte.....hoogte AB..  
....en dan vir basis AC.....

[32] V. Sal die oppervlakte verander as jy AC as basis gebruik en AB as hoogtelyn?

[33] R. Nee...

[34] V. Stel vas of dit wel so is.  $AC = 8 \text{ mm}$ .....  $AB = 6 \text{ mm}$

[35] R.....AC gelyk aan ag millimeter en AB gelyk aan ses millimeter.....antwoord vier en twintig.

[36] V. Sal die oppervlakte verander as jy BC as basis gebruik..  
..en uh...

[37] R. Nee..die hoogtelyn.....nee die oppervlakte sal nie verander nie, want jy sal by dieselfde antwoord uitkom....uh 'n driehoek het drie basisse en drie toppunte...en drie hoogte-lyne....die oppervlakte sal dieselfde bly.

[38] V. Dankie.

## **ANALISERING VAN ONDERHOUD 4**

### **VERBETERING IN KOGNISIE**

[1] Die respondent gaan planmatig te werk en benoem sy figuur sodanig dat hy daarvoor kan kommunikeer in die onderhoud.

[4] en [5] Die respondent beseft dat dit beter vir hom sal wees om sy blaai te roteer om dan sy "hoogtelyne te sien" (hy verkies om na sy hoogtelyne uit 'n standaardposisie te kyk).

[21] Die respondent kan die twee veranderlikes naamlik hoogte en hoogtelyn gelyktydig hanteer.

### **BETEKENISTOEPASSING**

[3] Die respondent beskou nie meer 'n basis as iets wat "onder" is nie maar noem dit nou die "eerste streep wat getrek word as ek die driehoek begin."

[14] en [15] Die respondent gee nie meer 'n algemene betekenis soos voorheen "die boonste punt" of "die boonste gedeelte" aan die begrip toppunt nie, maar eerder "drie...toppunte....is A... C en B" en kan hul dan ook identifiseer en noem uit die verskillende rigtings uit.

[21] Die respondent beskou nie meer die hoogte as "op" nie maar as "...die afstand van.....die hoogtelyn."



## WISKUNDE-INHOUD

[7] en [8] Die respondent beskou nie meer die hoogtelyne as iets wat "hoog sit" of "soos die woord dit aandui..." nie, maar kan dit nie net alleenlik identifiseer nie, maar ook noem "drie..." en in [9] "twee.....AB.....en AC." Hy is ook daarvan bewus dat daar reeds twee hoogtelyne in die driehoek voorkom en dat die ander een nog ingetrek moet word.

[16] en [17] Die respondent kan nou ook sy eie wiskundige definisie daarstel vir die begrip toppunt "dit is die punt wat... regoor die basis staan" en in [19] "...staan aan die teenoorgestelde kant van die basis." Hy kan dus 'n posisiebeskrywing gee van die toppunt en besef dat die twee veranderlikes naamlik basis en toppunt nie afsonderlik van mekaar gehanteer kan word nie.

[21] Die respondent kan die verskille tussen die hoogte en hoogtelyn uitwys deur middel van 'n wiskundige definisie "hoogte...die afstand.....hoogtelyn is die lyn wat getrek word...van die basis na die toppunt" so ook in [23] "Dit moet reghoekig getrek word."

[25] Die respondent is daarvan bewus dat die metingseenheid vir afstand millimeter kan wees en nie soos voorheen "elke hoek een sentimeter...al vier hoeke bytel met een sentimeter.." nie. Sy eenheid behoort ses sentimeter te wees en nie "ses millimeter is my basis...ag millimeter is my hoogte.." nie.

## HOOFSTUK 8

### 8.1 SAMEVATTING EN RIGLYNE VIR DIE TOEKOMS

#### 8.1.1 Samevatting van die huidige studie

Die doel met hierdie mini-tesis was om aan te toon hoe belangrik voorkennis is in die konstruering van begrip. Die tweede doelstelling was om, as bemiddelaar, 'n intervensieprogram of heuristiek vir beter begrip daar te stel. Die skrywer glo dat die betrokkenheid van die onderwyser kritiek belangrik is vir die skep van 'n korrekte leeromgewing om leerlinge se konsepsies te probeer verander of uit te daag.

'n Analise van die onderhoude toon duidelike bewyse dat leerlinge op die vlak van betekenis-toepassing 'n algemene, vae betekenis aan die begrippe heg. Daar is 'n gebrek aan ruimtelike oriëntering ("hoogte is net van onder...tot bo"), en as gevolg van 'n gebrekkige wiskundige woordeskat kan die leerlinge nie die begrippe definieer nie. Daar is genoegsame getuienis uit die verhandeling dat onderwysers eers leerlinge se persepsies oor 'n nuwe begrip moet peil en dan hierdie voorafkennis van die leerlinge gebruik as basis waarop die nuwe begrippe gebaseer kan word. Leerlinge moet dus toegelaat word om hul eie formulering en voorbeelde van 'n begrip te kan konstrueer.

Aangesien leerlinge 'n informele kennis van wiskundige begrippe die klaskamer inbring, moet die onderwyser hierdie konsepsies verfyn in plaas van te ignoreer. Ons is te geneig om aan die begin van 'n nuwe les of standerd te glo dat leerlinge die werk in die vorige hoofstuk of standerd bemeester het.

Aangesien sommige van hierdie begrippe se betekenistoepassings nie in handboeke verduidelik word nie, aanvaar handboekskrywers dat onderwysers hierdie begrippe aan leerlinge sal verduidelik.

### 8.1.2 Belangrike bevindinge

Uit hierdie navorsing het die volgende na vore gekom:

- (a) Dit blyk dat die konstruering van begrip in meetkunde wel moontlik is by wyse van bemiddeling soos afgelei kan word in die verbeterings in die na-toets.  
Dit bevestig Feuerstein (1980) se standpunt dat bemiddeling die grondslag vorm waarop kognitiewe strukture gebou word en dat betekenisvolle kognitiewe modifikasies moontlik is.
- (b) Die leerlinge reageer positief op interaksie en groepwerk, onderwyserbetrokkenheid en nuwe benaderings. Wat in 'n groot mate na vore gekom het, is die interaksie tussen onderwyser en leerlinge. Juis hierdie sosiale opset maak gesamentlike onderhandeling vir konstruering van begrip moontlik.

- (c) Leerlinge maak veral van algemene betekenis gebruik om die begrippe te verduidelik. Indien 'n vakspesifieke betekenis wel gegee word, kom 'n gebrekkige definisie na vore, sowel as 'n gebrek aan ruimtelike oriëntering.

### 8.1.3 Riglyne vir die toekoms

- (a) Meer leerlinge, veral uit ander skole uit die omgewing, kan by 'n soortgelyke ondersoek betrek word.
- (b) 'n Verfyning van die heuristiek is moontlik, en verdere navorsing in groter diepte by enkele van die komponente is nodig. Die laaste woord oor voorkennis en begripsvorming is nog lank nie geskryf nie.



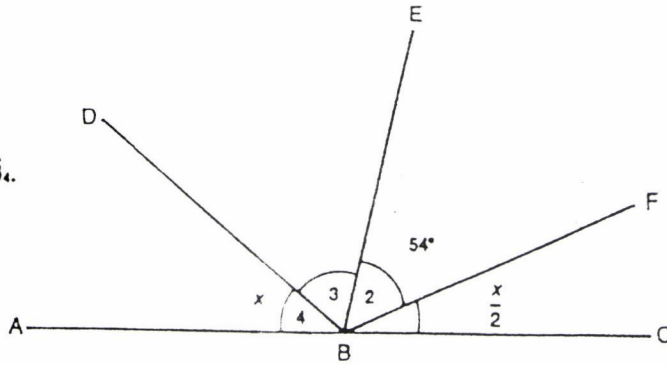
UNIVERSITY *of the*  
WESTERN CAPE

BYLAAG A

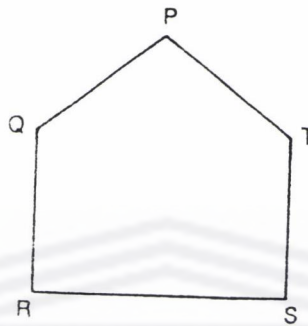
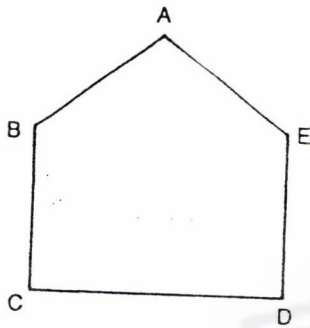
OEFENING

(1)  $\hat{B}_1 = \frac{x}{2}$ ,  $\hat{B}_2 = 54^\circ$ ,  
 $\hat{B}_4 = x$  en  $\hat{B}_2 = \hat{B}_3$ .

Bereken (a)  $x$   
 (b)  $\hat{B}_1$ ,  $\hat{B}_4$ .



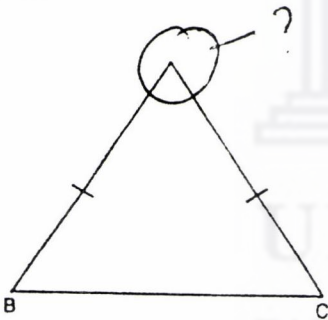
Bladsy 150



Bladsy 182 en 192

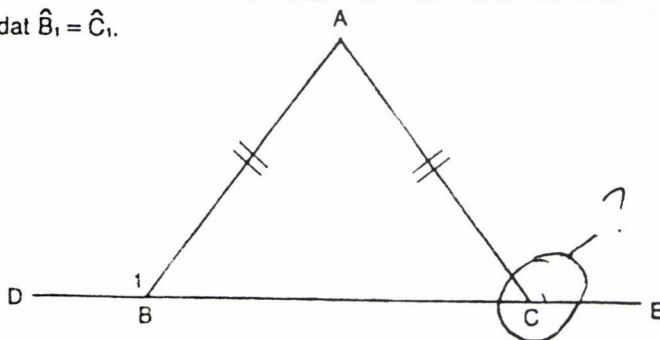
Die twee figure hierbo is kongruent omdat hulle sye presies dieselfde afmetings het, en omdat hulle presies dieselfde oppervlakte het. Om die korrektheid van hierdie stelling te toets kan jy figuur 2 op afrekpapier afrek en dit bo-oor figuur 1 plaas. Indien die twee figure in enige opsig verskil, is hulle nie kongruent nie.

Meet in elk van die figure hieronder die hoek teenoor die gelyke sye. Watter gevolgtrekking kan jy maak?



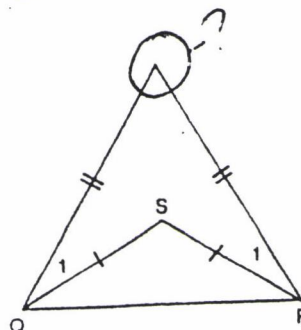
Bladsy 208

\* (2) Bewys dat  $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$ .



Bladsy 209

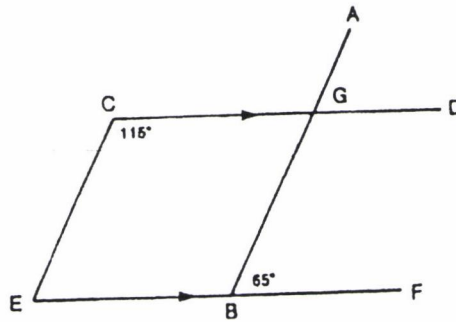
\*7.  $\Delta PQR$  met  $PQ = PR$ .  
 S is 'n punt sodat  $SQ = SR$ .  
 Bewys dat  $\hat{Q}_1 = \hat{R}_1$ .



Bladsy 213

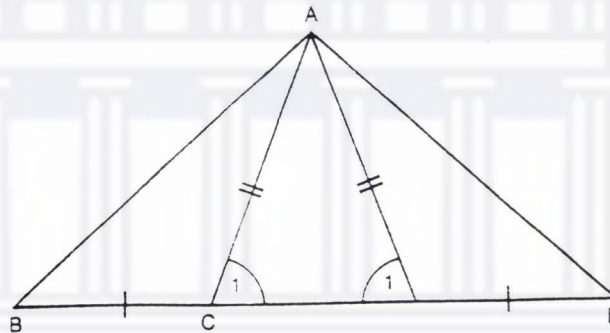
BYLAAG B

- (3) In die figuur is  $\hat{C} = 115^\circ$  en  $\hat{GBF} = 65^\circ$ .  
Toon deur berekening aan dat  $AB \parallel DC$ .



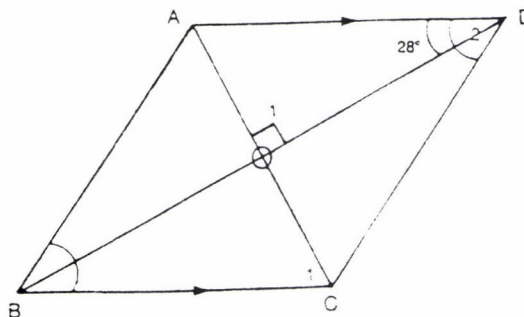
Bladsy 172

- (4)  $AC = CD$ ,  $BC = DE$  en  $\hat{C}_1 = \hat{D}_1$ .  
Bewys dat  $\triangle ABC \cong \triangle AED$ .



Bladsy 195

- (4) In die figuur is  $AD \parallel BC$ ,  $\hat{D}_1 = 28^\circ$ ,  $\hat{O}_1 = 90^\circ$  en  $\hat{D}_2 = \hat{B}_1$ .  
Bewys dat  $AB \parallel DC$  en bereken dan die grootte van  $\hat{C}_1$ .



Bladsy 182

## BIBLIOGRAFIE

Avenant, P.J. 1988. Riglyne vir suksesvolle onderwys.

Durban: Butterworth-uitgewers (EDMS) BPK.

Bell, A.W., Costello, J. and Kuchemann, D. 1983. Research on Learning and Teaching. A Review of Research in Mathematical Education. Part A. England: The NFER-Nelson Publishing Company Ltd.

Bishop, A.J. 1983. Space and Geometry. In Lesh R and Landau M (eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. United States of America: Academic Press, Inc.

Bruner, J.S. 1977. Bruner on the Learning of Mathematics. A "Process" Orientation. In Aichele D B and Reys R E (eds.), Readings in Secondary Mathematics. Second Edition. United States of America: Prindle, Weber and Schmidt, Inc.

Butler, C.H. and Wren, F.L. 1960. The teaching of Secondary Mathematics. Fourth Edition. United States of America: Mc Graw-Hill, Inc.

Dawson, S. 1982. Words Triggered by Images. Images Triggered by Words. Mathematics Teaching, 98, 57-59.

De Jager, C.J. 1988. Syllabus for junior secondary mathematics. Pythagoras, 17, 27-30.

Dekker, A. en Visser, D. 1991. Wiskunde vir Vandag. Standerd sewe. Kenwyn: Juta en Kie, Bpk.

Engelbrecht, S.W.H. 1975. The school textbook – a didactical pedagogical study. Pretoria: Institute for Educational Research.

Feuerstein, R. 1980. Instrumental enrichment. An intervention program for cognitive modifiability. Baltimore: University Park Press.

Fisher, R. 1992. Teaching Children to Think. Great Britain: Simon and Schuster Education.

Floyd, A. 1981. Developing mathematical thinking. Great Britain: Addison Wesley Publishers.

Gagné, R.M. 1966. Human problem solving: Internal and external events. In Kleinmutz B (ed.), Problem solving: Research, method and theory. New York: John Wiley.

Gagné, R.M. 1977. Gagné on the learning of mathematics. A "Process" Orientation. In Aichele D B and Reys R E (eds.), Readings in Secondary Mathematics. Second edition. United States of America: Prindle, Weber and Schmidt, Inc.

Garbe, D.G. 1985. Mathematics Vocabulary and the Culturally Different Student. Arithmetic Teacher, 33(2), 39-42.

Glaser, R. 1984. Education and Thinking: The Role of Knowledge. American Psychologist, 39(2), 93-103.



Gonin, A., Archer, I., Slabber, G., Hawkins, F., Hendricks, W.,  
De Jager, C. en Du Plessis, N. 1984. Moderne Gegradeerde  
Wiskunde. Standerd Ses. Goodwood: Nasou Bpk.

Haylock, D.W. 1982. Understanding in Mathematics: Making  
Connections. Mathematics teaching, 98, 54-56.

Heddens, J.W. 1986. Bridging the Gap between Concrete and the  
Abstract. Arithmetic Teacher, 33(6), 14-17.

Hickson, J. and Skuy, M. 1990. Creativity and cognitive  
modifiability in gifted disadvantaged pupils. School Psychology  
international, 11(4), 295-301.

Hill, D. 1987. Slow learners: A challenge of the teacher.  
Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia,  
10(2), 35-41.

Hill, D., Redden, M., Francis, R., Baker, S. and Spikler, T.  
1986. Science and mathematics. Developing a common approach to  
instruction. Journal of Science and Mathematics Education in  
Southeast Asia, 9(2), 34-49.

Hoffman, M. 1984. Language. Mathematics teaching, 109, 47-48.

Hollander, W.J. en Strauss, J. 1992. Biologie-onderwys as  
gestruktureerde handelingsgebeure. Spectrum, 30(2), 19.

Hone, W. 1971. Sekere definisies, begrippe en terme in  
meetkunde. Spectrum, 9(2), 109-111.

Jarvis, W.J. 1986. Preparation of a mathematics lesson: Do we give it enough thought. Spectrum, 24(4), 31-33.

Johnstone, A.J. 1986. Connections and misconceptions in science. Spectrum, 24(3), 60-64.

Kennedy, L.M. 1970. Guiding Children to Mathematical Discovery. Third Edition. California: Wadsworth Publishing Company.

Kies, J.D. 1974. Versigtig met "Moderne Wiskunde". Spectrum, 12, 17-23.

Kirkby, D. 1986. Seven Pins. Mathematics in School, 15(2), 14-16.

Kritzinger, M.B.S en Labuschagne, F.J. 1982. van Schaik se Verklarende Afrikaanse Woordeboek. Sewende Uitgawe. Goodwood: Nasionale Boekdrukkery.

Leinhardt, G. 1988. Getting to know: Tracing student's mathematical knowledge from intuition to competence. Educational Psychologist, 23(2), 119-144.

Lesh, R.A. 1976. Models and applications as advanced organizers. Journal for Research in Mathematics Education, 7, 69-74.

Lopez-Real, F. 1990. Metaphor and related concepts in mathematics: Part 2. Mathematics Teaching, 130, 34-36.

- Mack, N.K. 1990. Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. Journal for Research in Mathematics Education, 21(1), 16-32.
- McDonald, J.L. 1989. Cognitive development and the structuring of geometric content. Journal for Research in Mathematics Education, 20(1), 76-94.
- Moates, D.R. and Schumacher, G.M. 1980. An Introduction to Cognitive Psychology. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company.
- Newman, A. 1983. Strategies for diagnosis and remediation. The language of Mathematics. Vol.2. Sydney: Harcourt, Brace, Jovanovich.
- Olivier, A.I. 1992. Handling pupils' misconceptions. In Moodley M Njisane R A and Presmeg N C (eds.), Mathematics Education for In-Service and Pre-Service Teachers. Pietermaritzburg: Shuter and Shooter (Pty) Ltd.
- Osborne, R. and Frey, P. 1985. Learning in Science: The implications of childrens science. Auckland: Heineman Education.
- Otterburn, M.K. and Nicholson, A.R. 1976. The language of (CSE) mathematics. Mathematics in School, 5(5), 18-20.
- Perkins, D.N. 1985. Knowledge as Design. Teaching Thinking Through Content. Harvard University: Graduate School of Education.

Perkins, D.N. 1986. Knowledge as Design. Hillside, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Perkins, D.N. 1989. Mindware: The new science of learnable intelligence. Project Zero. Harvard University: Graduate School of Education.

Polya, G. 1965. Mathematical Discovery: On understanding learning, and teaching problem solving. Vol.2. United States of America: John Wiley and Sons, Inc.

Prawat, R.S. 1989. Promoting Access to Knowledge, Strategy, and Disposition in Students: A Research Synthesis. Review of Educational Research, 59(1), 1-41.

Presmeg, N.C. 1992. Different thinking styles. In Moodley M Njisane R A and Presmeg N C (eds.), Mathematics Education for In-Service and Pre-Service Teachers. Pietermaritzburg: Shuter and Shooter (Pty) Ltd.

Rademayer, P.R. 1988. Suggested maths curriculum for the secondary school. Spectrum, 26(1), 32-33.

Scandura, J.M. 1971. Mathematics: Concrete behavioral foundations. New York: Harper and Row.

Sinclair, A.J.L. 1989. Staff development in a changing environment. Bull.acad.staff - University of Durban-Westville, 10 (3), 29-37.

Skemp, R.R. 1971. The Psychology of Learning Mathematics: Penguin Books.

Skemp, R.R. 1979. Goals of Learning and Qualities of Understanding. Mathematics Teacher, 88, 44-49.

Sternberg, R.J. 1986. Intelligence Applied: Understanding and increasing your intellectual skills. San Diego: Harcourt Brace Jovanovich.

Swanepoel, C.H. 1990. Bemeestering van basiese meetkunde-konsepte: geslagsverskille. Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde, 10(5/6), 485-487.

Van Engen, H. 1976. The Learning of Mathematics Its Theory and Practice. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics.

Van Schoor, W.A. 1989. High quality knowledge structures as a focus in teaching and learning. Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Hoër Onderwys, 3(2), 86-90.

Vrey, J.D. 1979. Die opvoedeling in sy selfaktualisering. Suid Afrika: Promedia Publikasies.

Wood, R. 1977. Constructing Teacher Objectives. In Aichele D B and Reys R E (eds.), Reading in Secondary School Mathematics. Second Edition. Boston, Massachusetts: Prindle, Weber and Schmidt, Inc.